ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Über eine einfache practische Methode, das Vergröſserungsverhältniſs bei Mikroskopen zu bestimmen.

Vom

Freiherrn von *Jacquin.*

Wenn der Naturforscher bei einer mikroskopischen Besichtigung die Hauptzwecke derselben: den Bau und die Bildung des Gegenstandes seiner Untersuchung, so weit er es zu seinem Zwecke bedarf, klar und bestimmt zu erkennen, erreicht hat, so ergeben sich demselben noch zwei Fragen zur Beantwortung:

Erstens. Welches ist die natürliche Gröſse des besichtigten Gegenstandes und seiner einzelnen Theile?

Zweitens. Wie stark war die Vergröſserung, welche sein optisches Werkzeug während der Anschauung hervorgebracht hat?

Beide Fragen gehören unter jene, in der Naturkunde leider oft vorkommende Kathegorie, deren Lösung theoretisch sehr leicht und bestimmt angegeben wird, bei practischer Anwendung dieser Theorie aber vielfältige, oft unüberwindlich scheinende Schwierigkeiten darbietet. Die erste ist indessen in der neuesten Zeit sowohl durch die erreichte Vollkommenheit der Mikrometer, und die zu ihrem zweckmäſsigen Gebrauche erfundenen Handgriffe, als insbesondere durch die

von *Young*, *Dollond*, *Amici*, *Fraunhofer* und *Wollaston* angegebenen und ausgeführten trefflichen Vorrichtungen zur hinlänglichen Befriedigung gelöset worden, so daſs ich mir nur vorbehalte, bei einer anderen Gelegenheit einige auf eigene Erfahrungen gegründete Bemerkungen über diesen Punct mitzutheilen. Die Beantwortung der zweiten Frage könnte dem Naturforscher oft gleichgültig bleiben, wenn es nicht seine Pflicht forderte, bei Mittheilung seiner Beobachtung den erwähnten Umstand so genau als möglich anzugeben, damit andere Naturforscher in den Stand gesetzt werden, seine Untersuchung unter ganz gleichen Umständen zu wiederholen, zu würdigen, zu bestätigen oder zu berichtigen.

Wenn die Brennweiten sowohl der Objectivlinse als der den Ocularapparat zusammensetzenden Gläser bei einem dioptrischen Mikroskope, dann auch noch des Spiegels bei einem katadioptrischen Werkzeuge der Art genau bekannt sind, so findet man in jedem Elementarbuche der Physik die theoretische Angabe, wie die vergröſserte Ansicht daraus entstehen muſs, und die Formeln, um ihr Verhältniſs auf das Genaueste zu berechnen. Allein eben in dieser practischen Bestimmung der Brennweiten der fertigen einzelnen Gläser mit einer so groſsen Genauigkeit, als diese Daten nothwendig erfordert werden, um bei der complicirten Berechnung nicht in grobe Irrungen zu verfallen, liegt die bisher unüberwundene Schwierigkeit, die Jeder, der Versuche dieser Art selbst gemacht hat, wohl kennet *). Die Verfertiger optischer Werkzeuge fingen daher an, aus der

*) Eine der gröſsten Schwierigkeiten ist die unerläſsliche, höchst genaue Bestimmung der Dicke der Gläser, genau an ihrer Axe, um die Hälfte davon der, von der Oberfläche an gemessenen Focallänge zu addiren.

ihnen bekannten Gestalt ihrer Schleifschalen die Gestalt und daraus, nach möglichst genauer Bestimmung des Durchmessers, die Brennweite ihrer Linsen zu bestimmen. Und so geben mehrere berühmte Optiker die verschiedenen Vergröfserungsverhältnisse der von ihnen verfertigten Mikroskope an. *Fraunhofer* bediente sich bekanntlich dazu der Radiuslänge seiner Schleifvorrichtungen.

Allein abgerechnet, dafs, wie gesagt, die kleinste Abweichung oder Irrung bei diesen Messungen in der darauf gegründeten Rechnung bedeutende Fehler hervorbringt, so sind die Besitzer der Mikroskope nie im Stande, diese Angaben selbst zu controliren, indem diese Methode bei schon fertigen Werkzeugen gar nicht mehr anwendbar ist. Es haben sich daher seit längerer Zeit Optiker und Naturforscher häufig mit einer empirischen Methode begnügt, die Vergröfserung der Mikroskope zu bestimmen, oder vielmehr zu schätzen, welche darin bestehet, zwei sehr kleine, aber gleich grofse Linear-Entfernungen oder Flächen mit einem Auge unter dem Mikroskope, mit dem anderen Auge aufser demselben zu vergleichen, und auf diese Weise die Vergröfserung zu *schätzen;* denn eine Schätzung bleibt es immer nur, selbst wenn die hierbei nur zu oft vernachläfsigte Rücksicht auf die mittlere Sehweite genau beachtet wird, und man sich eines Mikrometers und des Zirkels dabei bedient, so zwar, dafs mehrere Personen, welche die Beobachtung zugleich anstellen, selten in ihrer Schätzung genau übereinstimmen. Dafs aber einzelne, eingeübte Optiker eine bedeutende Fertigkeit in dieser Art Schätzung besitzen, und der Wahrheit gewöhnlich sehr nahe kommen, nützet der grofsen Menge ein Mikroskop gebrauchender Naturforscher nicht. Mein verlorener, berühmter Freund *Vega* hat sich vormahls

lange vergeblich bemüht, dieser Methode mehr Bestimmtheit zu geben.

Von meinem Knabenalter an zu mikroskopischen Beobachtungen veranlaſst und eingeübt, dabei im Besitze und in Benützung der vortrefflichsten Werkzeuge dazu, war eine sichere, vergleichbare und bequeme Methode zur Lösung der besprochenen Aufgabe von jeher mein Lieblingswunsch, der in den neuesten Zeiten durch die von dem unvergeſslichen *Fraunhofer* ausgegangene groſse Verbesserung der dioptrischen Mikroskope, und die darauf gegründete, alle bisherigen Leistungen übertreffende Ausführung derselben durch unsern trefflichen Optiker *Plöſsl* neuerdings um so mehr angeregt worden ist, als alle Gelehrten des Faches im In- und Auslande, die ich darüber zu Rathe zog, mich nur auf das eben Vorgetragene, unter Anerkennung der dabei obwaltenden Schwierigkeiten, zu verweisen vermochten.

Die sinnreichen Angaben des Hrn. Prof. *Amici*, um mit Hülfe des Mikroskopes zu zeichnen und die wahre Gröſse der im Mikroskope gesehenen Objecte zu bestimmen, und die glückliche Vereinfachung und Beseitigung mancher Schwierigkeiten bei diesem Verfahren durch Vertauschung der *Camera lucida* gegen den so vielseitig brauchbaren, und noch viel zu wenig bekannten und benützten Spiegelchen-Apparat des Herrn Dr. *Sömmering* Sohn zu diesem Zwecke, brachten mich, unter Benüzzung der von diesen Gelehrten schon angegebenen Handgriffe und Winke, nach und nach auf ein einfaches und sicheres Verfahren, die verschiedenen Vergröſserungen bei jedem fertigen, einfachen oder zusammengesetzten, dioptrischen oder katadioptrischen Mikroskope genau und vergleichbar practisch zu bestimmen.

Da nun diese Methode den Beifall so vieler Sachverständigen und geübten Beobachter des In- und Aus-

landes, denen ich solche mitgetheilt und vorgezeigt habe, erhalten hat, so füge ich mich dem Ansinnen meines hochverehrten Herrn Collegen, Prof. *Baumgartner*, mit Vergnügen, solche hier zu beschreiben.

Der *Sömmering*'sche Spiegelchen-Apparat findet sich von dem Erfinder selbst (*Dingler's* polytechn. Journal, B. 7) so gut und umständlich beschrieben, daſs es wohl überflüssig wäre, die Beschreibung hier zu wiederholen, und ich nur bemerken will, daſs ich meine ersten Versuche mit einem von Hr. Dr. *Sömmering* selbst erhaltenen Apparate mit Stahlspiegelchen, wie solcher von ihm (a. a. O. T. VIII. Fig. 9) abgebildet worden ist, angestellt habe, und dann erst Hr. Opticus *Plöſsl* solche Apparate mit einigen kleinen Verbesserungen und etwas gröſseren Metallspiegelchen verfertiget hat, deren Metallmasse ich durch Zusammenschmelzen von silberplattirten Kupferblechschnitzeln, worin das Silberverhältniſs $^{1}/_{20}$ war, mit Zusatz der Hälfte reinen Zinnes, erhalten habe, und worin das Verhältniſs der drei sehr reinen Metalle: Kupfer 190, Zinn 100, Silber 10 ist *). Hr. Dr. *Sömmering* erwähnt schon, die *Amici*'sche Methode, um die Gröſse des Gegenstandes bei seinem Mikroskope zu finden, könne auch zur Bestimmung des Vergröſserungsverhältnisses angewendet werden, ohne sich jedoch näher darüber zu erklären; *Amici* selbst erwähnt dieser Anwendung gar nicht.

Die zu beantwortende Aufgabe muſs practisch folgender Maſsen ausgedrückt werden: Genau zu bestimmen, um wie viel Male man eine bekannte Längen- oder Flächenausdehnung durch das Mikroskop gröſser sieht,

---

*) Hr. *Plöſsl*, neue Wieden, Salvatorgasse, Nro. 321, liefert diesen vielseitig nützlichen kleinen Apparat in Futteral von Maroquin um 6 fl. C. M.

als wenn dieselbe mit freiem Auge in der angenommenen mittleren Sehweite von 8 Zoll W. M. angesehen wird? Wenn man es daher dahin bringt, die Bilder zweier ganz gleichen Maſsstäbe genau unter den bedingten Umständen so über einander dargestellt zu sehen, daſs man solche in einander passen, und das Gröſsenverhältniſs ihrer Eintheilung genau vergleichen kann, so ist die Aufgabe gelöset. Um nun dieses bequem zu bewerkstelligen, verfahre ich bei dioptrischen zusammengesetzten Mikroskopen auf folgende Art:

Auf einem einfachen hölzernen Gestelle (Fig. 1), dessen Tafel *a* groſs genug seyn muſs, jedes Mikroskop so darauf zu stellen, daſs der Mittelpunct der Ocularlinse 8 Wiener Zoll oder 2 Decimeter von dem aufgerichteten schmalen Schirme *b b* entfernt bleibt, wird das zu untersuchende Mikroskop *c* genau in dieser, mit einem senkrecht auf den Schirm gehaltenen Zollstabe zu bestimmenden Entfernung von dem Ocular gestellt; der Reflectionsspiegel durch eine darneben stehende Wachskerze oder Lampe *d* beleuchtet, und ein auf Glas gravirter Mikrometer, mit einer Lineartheilung der Wiener Duodecimal-Linie in 30 oder 60 Theile, auf dem Objecttisch zur deutlichsten Ansicht gebracht. Dem Ocular horizontal gegenüber befindet sich an dem Schirme *b* des Gestelles ein Blatt dickes, glattes Kartenpapier, das in den an beiden Rändern des Schirmes angebrachten Falzen sich hoch und nieder schieben läſst, um den verschiedenen Höhen verschiedener Mikroskope angepaſst zu werden. Auf diesem mit schwarzem Grunde bemahlten Kartenpapiere befinden sich mit weiſser Farbe 25 feine Linien horizontal genau in der Entfernung einer Wiener Duodecimal-Linie gezogen. Dieser Maſsstab *e e* wird durch eine seitwärts angebrachte, kleine, mit einem Reflectionsschirme versehene Lampe, oder einer

Wachskerze in Federkapsel *f* beleuchtet, welche ebenfalls höher und niedriger angepaſst werden kann, nachdem der Maſsstab selbst nach der Höhe des Mikroskopes höher oder niedriger stehen muſs. An dem Ocularapparat des Mikroskopes wird nun der *Sömmering*'sche Spiegelchenapparat mit seinem Ringe und Stellschrauben befestiget, und das Spiegelchen *g* an dem Platze des Auges, unter einem Winkel von 45° gegen dasselbe so gestellt, daſs das Bild des Objectes (nämlich des Mikrometers) in die Mitte desselben fällt, und mit dem horizontal genäherten Auge genau eben so im Spiegelchen gesehen wird, als unmittelbar durch das Ocular.

Da man nun, *mit demselben Auge*, zugleich den Maſsstab an dem Schirme *in der normalen Sehweite* so sieht, als läge das Mikrometerbild auf demselben, so lassen sich, wenn man durch Drehen des Mikrometers mit der Hand, oder den an dem Objecttische angebrachten Stellschrauben, die Linien desselben genau parallel mit jenen des Maſsstabes an dem Schirme gerichtet hat, die gegenseitigen Theilungen genau vergleichen, und daraus die Vergröſserungsstufe leicht bestimmen.

Ein Theil des Maſsstabes äquivalirt bei einer Theilung der Linie in 30 Theile auch 30 Theilen des Mikrometers; wenn daher z. B. eine Mikrometertheilung ($^1/_{30}$) genau eine Theilung des Maſsstabes ($^{30}/_{30}$) deckt, so ist die Vergröſserung 30 Mal linear, und folglich 900 Mal Quadrat; decken 3 Theile des Mikrometers 4 Theile des Maſsstabes, so werden $^3/_{30}$ so groſs gesehen als $^{120}/_{30}$, und die Vergröſserung ist 40 Mal linear, oder 1600 Mal Quadrat. Decken aber 3 Theile des Mikrometers nur 2 Theile des Maſsstabes, so decken 3 Theile 60 Theile, und die Vergröſserung ist nur 20 Mal linear, oder 400 Mal Quadrat. Decken 3 Mikrometertheile 7 Maſsstabtheile, welche 210 Mikrometertheilen äquivaliren, so ist

die Vergröſserung 70 Mal linear, und 4900 in Quadrat. Decket 1 Mikrometertheil 15 Maſsstabtheile = 450 Mikrometertheile, so ist die Linear-Vergröſserung auch eben so groſs. Decken 8 Mikrometertheile 9 Maſsstabtheile = 270 Mikrometertheile, so ist die Vergröſserung = 33,75 Mal linear, u. s. f.

Die Tafel *a* des Gestelles muſs groſs genug seyn, daſs der Fuſs des gröſsten Mikroskopes zur Noth darauf Platz hat, und der Schirm *b* so hoch seyn, daſs selbst bei den höchsten Mikroskopen der Maſsstab auf die Höhe des Oculars geschoben werden kann. Mein Apparat hat eine Tafel von 14 Zoll im Quadrat, und der Schirm ist 2 Schuh hoch, und 5 Zoll breit. Darauf sind die gröſsten und kleinsten bisher bekannten Londoner, Münchner und Wiener Instrumente mit Bequemlichkeit untersucht und bestimmt worden. Statt eines solchen Gestelles kann man sich auch wohl bloſs eines beweglichen Schirmes bedienen, der an jedem Tische mittelst einer Zwingschraube befestiget werden kann, oder im Nothfalle auch einen kleinen Tisch an die Wand schieben, und den Maſsstab unmittelbar an derselben befestigen.

Ein Hauptumstand bei diesem Verfahren ist die Beleuchtung sowohl des Mikrometers als des Maſsstabes, welche nicht nur hinlänglich, sondern auch im genau bemessenen gegenseitigen Verhältnisse stehen muſs; denn ist das Mikrometerbild gegen den Maſsstab, oder umgekehrt, der letztere gegen das erstere zu grell beleuchtet, so wird das eine oder der andere undeutlich, oder wohl gar unsichtbar. Auch muſs das Auge nach Umständen vor dem Lichte durch wohl angebrachte Schirme vor Blendung verwahrt werden. Daher denn auch diese Untersuchung bei Tageslicht, wo man die Beleuchtung nicht so in seiner Gewalt hat, kaum ausführbar ist.

Die erwähnte Mikrometertheilung bis auf $^1/_{30}$ Wien. Duodecimal-Linie ist für die meisten Vergröſserungen hinreichend, nur muſs immer wenigstens ein ganzer Mikrometertheil in der Mitte des Gesichtsfeldes des Mikroskopes deutlich sichtbar seyn. Nur bei sehr starken Vergröſserungen, die schon bis 300 Mal linear reichen, muſs man oft zu Mikrometern steigen, die auf $^1/_{60}$ bis $^1/_{100}$ Linie linear getheilt sind. Besonders tritt dieser Fall bei den Schattenbildern der übertriebenen Vergröſserungen nicht achromatischer und katadioptrischer Mikroskope ein.

Die jedesmalige, sorgfältige Berichtigung der normalen Sehweite ist zur Erreichung wahrer, comparativer Bestimmungen unerläſslich, und die Vernachläſsigung dieses Umstandes war wahrscheinlich schon bei den älteren Messungsversuchen dieser Art, die Quelle mancher auffallend unrichtig und übertrieben angegebener Vergröſserungen. Eine Vergröſserung, welche mit der Ansicht in normaler Sehweite von 8 Zoll linear 30 beträgt, wird bei Verlängerung der Sehweite nur auf 10″ schon 35 scheinen, und unter gleichen Umständen eine von linear 240 bei einer Sehweite von 12 Zoll wie 360, und endlich bei 24 Zoll wie 540 scheinen.

Bei katadioptrischen Mikroskopen, welche horizontal stehen, wird das Spiegelchen eben so am Ocular angebracht, aber der Maſsstab unter das Ocular auf den Tisch gelegt, dabei aber wieder genau die normale Entfernung von 8″ hergestellt. Die Beleuchtung des Maſsstabes wird dabei durch ein darneben stehendes Kerzen- oder Lampenlicht bewirkt.

Auf dieselbe Art kann auch die Vergröſserung einfacher Linsen oder Loupen bestimmt werden, wenn man sie nur, sie seyen senkrecht oder horizontal befestiget, zu dem Zwecke unmittelbar oder reflectirt hinlänglich

beleuchten kann, um ein deutliches Bild des Mikrometers in dem Spiegelchen zu geben. Der Spiegelchenapparat muſs in diesem Falle, wenn er nicht an das Mikroskop selbst befestiget werden kann, darneben auf einem eigenen Fuſse angebracht werden. Wegen des kurzen Focus und Mangel an Lichtstärke sind die stärkeren Vergröſserungen der älteren zusammengesezten, nicht achromatischen und katadioptrischen Mikroskope am schwierigsten zu bestimmen.

Daſs man sich statt der Wiener Duodecimal-Linien als Maſsstab eben so gut der Decimal-Linien, Pariser- und Londoner-Linien, oder Millimeter bedienen könne, wenn nur die Mikrometertheilung übereinstimmend ist, bedarf wohl keiner Erinnerung. Da man sich gewöhnlich nach dem schon vorhandenen Mikrometer richtet, so muſs der Werth desselben genau bekannt seyn, um den Maſsstab darnach zu verfertigen. Linear-Mikrometer oder sogenannte Leitern sind deutlicher, obgleich man auch sehr gut Netz-Mikrometer brauchen kann. Vollkommen genau getheilt muſs sowohl der Maſsstab als der Mikrometer zu diesem Zwecke auf jeden Fall seyn, und dieses Verfahren ist zugleich eine strenge Untersuchung für letzteren.

Zum Beschlusse folget eine Auswahl vergleichender Bestimmungen der Vergröſserungen einiger vorzüglichen Mikroskope, welche hier in Wien vorhanden sind, nebst Angabe der Gesichtsfelder im Durchmesser, bei der schwächsten und stärksten Vergröſserung, in Duodecimal-Linien des Wien. Fuſs.

I. Dioptrisch, achromatisch.

1. Mikroskop von *Plössl*, des k. k. Universitätsgartens.

Ocular N. I. mit Objectiv	N. 1.	Lin.	27	Quadr.	729
	» 2.	»	40	»	1600.
	» 3.	»	60	»	3600.
	» 4.	»	90	»	8100.
Ocular N. II. mit Objectiv	N. 1.	Lin.	30	Quadr.	900.
	» 2.	»	60	»	3600.
	» 3.	»	110	»	12100.
	» 4.	»	120	»	14400.
Ocular N. III. mit Objectiv	N. 1.	Lin.	45	Quadr.	2025.
	» 2.	»	90	»	8100.
	» 3.	»	150	»	22500.
	» 4.	»	225	»	50625

Sehefeld. Ocul. I. Object. 1. = 2,9‴.
» II. » 4. = 0,55‴.

2. Mikroskop von *Plössl*, des Hrn. Dr. *Vivenot*.

Ocular N. I. mit Objectiv	N. 1.	Lin.	25	Quadr.	625.
	» 2.	»	50	»	2500.
	» 3.	»	67	»	4489.
	» 4.	»	90	»	8100.
Ocular N. II. mit Objectiv	N. 1.	Lin.	45	Quadr.	2025.
	» 2.	»	70	»	4900.
	» 3.	»	120	»	14400.
	» 4.	»	150	»	22500.

Sehefeld. Ocul. I. Object. 1. = 3‴.
» II. » 4. = 0,55‴.

3. Mit diesem Mikroskope stimmt jenes desselben Künstlers, dem Hrn. von *Pittoni* gehörig, beinahe ganz überein.

4. Mikroskop von *Plöſsl*, auf Gestelle von *Hooke*. Mein Eigenthum.

Nur ein einfaches Ocular.

Objectiv N.	1.	Lin.	270	Quadr.	72900
»	2.	»	150	»	22500.
»	3.	»	120	»	14400.
»	4.	»	30	»	900.

Sehefeld. Objectiv N. 1. = 0,6'''.
» 4. = 1,6'''.

5. Grofses Mikroskop von *Plöſsl*, des Hrn. Prof. Dr. *Czermak*.

Ocular N. I. mit Objectiv N.	1.	Lin.	15	Quadr.	225.
	»	2.	»	30	»	900.
	»	3.	»	40	»	1600.
	»	4.	»	60	»	3600.
	»	5.	»	90	»	8100.
	»	6.	»	150	»	22500.
Ocular N. II. mit Objectiv N.	1.	Lin.	30	Quadr.	900.
	»	2.	»	37,5	»	1406,25.
	»	3.	»	60	»	3600.
	»	4.	»	90	»	8100.
	»	5.	»	150	»	22500.
	»	6.	»	240	»	57600.

Ocular N. I. und II., vereinigt mit Objectiv N. 6.
Lin. 300 Quadr. 90000.

Sehefeld. Ocular I. mit Objectiv 1. = 3,75'''.
» II. » » 6. = 0,45'''.
» I. u. II. » » 6. = 0,40'''.

6. Mit diesem Mikroskope stimmt jenes desselben Künstlers im k. k. physikal. Universitäts - Museum, bis auf kleine Abweichungen, überein.

7. Mikroskop von *Voigtlaender*, des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular	Objectiv	Lin.	Quadr.
Ocular, nur eines.	Mit Objectiv N. 1.	Lin. 12	Quadr. 144.
	» 2.	» 30	» 900.
	» 3.	» 50	» 2500.
	» 4.	» 90	» 8100.

Sehefeld. N. 1. = 2,65‴.

8. Mikroskop von *Fraunhofer*, auf Gestelle und mit Meſsvorrichtung von *Starke*, des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular	Objectiv	Lin.	Quadr.
Ocular N. I.	mit Objectiv N. 1.	Lin. 18	Quadr. 319.
	» 2.	» 25	» 625.
	» 3.	» 60	» 3600.
	» 4.	» 90	» 8100.
Ocular N. II.	mit Objectiv N. 1.	Lin. 30	Quadr. 900.
	» 2.	» 37,5	» 1406,25.
	» 3.	» 90	» 8100
	» 4.	» 120	» 14400.

Sehefeld. Ocul. I. Objectiv 1. = 3,15‴.
» II. » 4. = 0,875‴.

9. Groſses Mikroskop von *Fraunhofer*, des Freiherrn von *Kielmannsegge*.

Ocular	Objectiv	Lin.	Quadr.
Ocular N. I.	mit Objectiv N. 1.	Lin. 12	Quadr. 144.
	» 2.	» 17,1	» 289.
	» 3.	» 25,7	» 676.
	» 4.	» 40	» 1600.
	» 5.	» 55	» 3025.
	» 6.	» 70	» 4900.
Ocular N. II.	mit Objectiv N. 1.	Lin. 15	Quadr. 225.
	» 2.	» 22,1	» 488,4.
	» 3.	» 36	» 1296.
	» 4.	» 45	» 2025.
	» 5.	» 60	» 3600.
	» 6.	» 82,5	» 6806,5.

Ocular N. III. mit Objectiv N. 1. Lin. 30 Quadr. 900.
» 2. » 32 » 1024.
» 3. » 60 » 3600.
» 4. » 75 » 5625.
» 5. » 105 » 11025
» 6. » 120 » 14400.

Sehefeld Ocular I. Objectiv 1. = 6,5'''.
» III. » 6. = 0,4'''.

II. Dioptrisch, nicht achromatisch.

10. Mikroskop von *Ramsden*, des k. k. Universitätsgartens.

Ocular nur eines. Object. N. 1. Lin. 240 Quadr. 57600.
» 2. » 60 » 3600.
» 3. » 45 » 2025
» 4. » 39 » 1521.
» 5. » 30 » 900.
» 6. » 20 » 400.

Sehefeld. Objectiv N. 1. = 0,3'''
» » 6. = 3,85'''

11. Mikroskop von *Adams*, des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular nur eines. Objectiv N. 1. Lin. 90 Quadr. 8108.
» 2. » 60 » 3600
» 3. » 37,5 » 1306,25.
» 4. » 26,6 » 707.
» 5. » 18 » 324.
» 6. » 17,6 » 309,76.

Sehefeld. Objectiv N. 1. = 0,93'''.
» » 6. = 5'''.

12. Mikroskop von *Adams*, des Hrn. von *Pittoni* (vormals Graf *Fries*).

	Object. N.		Lin.		Quadr.
Ocular nur eines.	Object. N. 0.	Lin.	270	Quadr.	72900.
	» 1.	»	90	»	8100.
	» 2.	»	60	»	3600.
	» 3.	»	50	»	2500.
	» 4.	»	40	»	1600.
	» 5.	»	30	»	900.
	» 6.	»	15	»	225.

Sehefeld. Objectiv N. 0. = 0,2'''
» » 6. = 3,6'''

13. Mikroskop von *Hooke*, mein Eigenthum.

	Object. N.		Lin.		Quadr.
Ocular nur eines.	Object. N. 0.	Lin.	210	Quadr.	44100.
	» 1.	»	95	»	9025.
	» 2.	»	60	»	3600.
	» 3	»	50	»	2500.
	» 4.	»	30	»	900.
	» 5.	»	27	»	729.
	» 6.	»	22,5	»	506,25.

Sehefeld. Objectiv N. 0. = 0,47'''.
» » 1. = 1'''.
» » 6. = 6'''.

III. Katadioptrisch.

14. Mikroskop von *Amici*, Sr. königl. Hoheit des Erzherzogs *Maximilian* von Este.

Ocular N.		Lin.		Quadr.
Ocular N. 1.	Lin.	30	Quadr.	900.
» 2.	»	45	»	2025.
» 3.	»	120	»	14400.
» 4.	»	150	»	22500.
» 5.	»	180	»	32400.
» 6.	»	240	»	57600.

Sehefeld. Ocular N. 1. = 1,44'''.
» 6. = 0,37'''.

15. Mikroskop von *Amici*, Sr. Durchlaucht des Fürsten von *Metternich*.

Ocular N.	1.	Lin.	30	Quadr.	900.
»	2.	»	45	»	2025.
»	3.	»	75	»	5625.
»	4.	»	240	»	57600.
»	5.	»	330	»	108900.
»	6.	»	540	»	291600.

Sehefeld. Ocular N. 1. = 2,23‴.
» » 4. = 0,43‴
» » 5. = 0,26‴.
» » 6. = 0,13‴.

16. Mikroskop von *Plössl* (nach *Amici*), des k. k. physikal. Universitäts-Museums.

Ocular N.	1.	Lin.	30	Quadr.	900.
»	2.	»	60	»	3600.
»	3.	»	75	»	5625.
»	4.	»	150	»	22500.

Sehefeld. Ocular N. 1. = 2″.
» 4. = 0,7‴.

IV. Einfache Linsen.

Mein Eigenthum.

1. Linse mit Lieberkühn, von *Hooke*. Lin. 18, Quadr. 324.
2. Dergleichen, von *Hooke*. Lin. 37,5, Quadr. 1406,25.
3. Linse von *Hooke*. Lin. 60, Quadr. 3600.
4. Linse von *Voigtlaender*. Lin. 105, Quadr. 11025.
5. Dergleichen. Lin. 120, Quadr. 14400.
6. Dergleichen. Lin. 210, Quadr. 44100.
7. Dergleich. von *Abbé Mazzola*. Lin. 210, Quadr. 44100.

II.
Über die astronomischen Oculare bei Fernröhren;

von

J. J. Littrow.

Man versteht unter dieser Benennung bekanntlich diejenigen Oculare, welche aus einer oder mehreren convexen Linsen bestehen, und nur ein einziges wahres Bild im Fernrohre geben. Ich beschränke mich hier auf diejenigen dieser astronomischen Oculare, welche aus zwei Linsen zusammengesetzt sind, da die mit einer einzigen Linse zu einfach sind, um noch einer Erläuterung zu bedürfen, und da die mit drei und mehr Linsen zu groſsem Lichtverluste ausgesetzt sind, und daher in der Anwendung nicht gebraucht werden.

Um den folgenden Betrachtungen eine gröſsere Ausdehnung zu geben, wollen wir überhaupt die *Theorie der Fernröhre mit drei convexen Linsen* zu entwickeln suchen, in welcher dann die des astronomischen Doppeloculars bloſs als ein specieller Fall enthalten seyn wird.

Seyen a und α die beiden zusammen gehörenden Vereinigungsweiten der ersten Linse oder des Objectivs des Fernrohres, welches ich hier als ein doppeltes, von beiden Abweichungen der Kugelgestalt und der Farbenzerstreuung bereits befreites, voraussetze. Die Brennweite desselben sey p, der Öffnungshalbmesser z und $z = p\,\omega$. Für die zweite und dritte Linse wollen wir diese Gröſsen mit einem und mit zwei Strichen bezeichnen. Die Vergröſserungszahl des Fernrohres soll m, und der Halbmesser des Gesichtsfeldes φ heiſsen. Die-

ses vorausgesetzt, hat man aus den ersten optischen Gründen die bekannten Gleichungen

$$\alpha\alpha' = a'a''.m, \quad p'\omega' = (\alpha + a')\varphi, \quad \omega'' - \omega' = (m-1)\varphi$$

$$\text{und} \quad \frac{1}{p'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'},$$

auf welchen die ganze Theorie der Fernröhre mit drei Linsen beruht. Da übrigens bei jedem Fernrohre die auf das Objectiv fallenden sowohl, als die aus dem letzten Oculare austretenden Strahlen unter sich sehr nahe parallel seyn müssen, so ist in den vorhergehenden Ausdrücken $\alpha = p$ und $a'' = p''$. Endlich ist, da wir in dem Fernrohre nur ein wahres Bild voraussetzen, die Gröfse m negativ.

Um zuerst jenen Gleichungen eine zu unserem Zwecke bequemere Gestalt zu geben, wollen wir $\omega'' = \theta . \omega'$ und $a' = k . \alpha'$ annehmen, wodurch man erhält

$$\left.\begin{array}{l} p' = -\frac{p}{h}(\theta - 1), \quad p'' = \frac{p}{km}, \\ a' = -\frac{p}{h}(\theta-1)(k+1) \text{ und } \alpha' = -\frac{p(\theta-1)(k+1)}{hk} \end{array}\right\} \ldots (A)$$

wo der Kürze wegen $h = \theta - m + (\theta - 1)k$ gesetzt worden ist.

Kennt man so die Gröfsen a', α' und p'', so hat man auch die Distanzen der Linsen von einander. Es ist nämlich die Entfernung der beiden ersten

$$\Delta = \alpha + a' = -\frac{p(m-1)}{h},$$

und die der beiden letzten

$$\Delta' = \alpha' + a'' = \frac{p}{mhk}\Big[\theta - m + (\theta - 1)[(1-m)k - m]\Big],$$

wo bekanntlich diese beiden Distanzen Δ und Δ' positiv, so wie $\omega' > (1+k)\frac{z}{p}$ und $\omega'' > \frac{kz}{p}$ seyn müssen. Endlich hat man für den Ort des Auges hinter der drit-

ten Linse den Ausdruck $\frac{p\,\omega''}{m^2 A \varphi}$, der daher ebenfalls positiv seyn mufs, wenn anders das Auge das ganze Gesichtsfeld übersehen soll.

Aus dem Vorhergehenden folgt, dafs unsere Aufgabe, die Bestimmung eines Fernrohres von drei Linsen, eine unendliche Menge von Auflösungen zulasse, selbst wenn wir, wie wir hier voraussetzen, die Linsen alle convex, oder die drei Gröfsen p, p', p'' alle positiv annehmen. Diese Unbestimmtheit des Problems folgt aus der Willkür, mit welcher die beiden Gröfsen k und θ angenommen werden können. Doch ist auch wieder die Willkür dieser Annahme durch die Natur des Gegenstandes, mit welchem sich das Problem beschäftiget, beschränkt, und es ist daher nothwendig, zuerst die *Grenzen* aufzusuchen, zwischen welche jene Gröfsen fallen müssen.

Nehmen wir zuerst an, dafs das Gesichtsfeld des Fernrohres so grofs als möglich seyn soll, worin allerdings eine der Hauptforderungen besteht, die an jedes gute Fernrohr gemacht werden sollen, so wird man $\omega'' = -\omega'$, das heifst $\theta = -1$ setzen, und dann gehen die vorhergehenden Gleichungen in folgende über:

$$\left.\begin{aligned} &p' = \frac{2p}{h},\ p'' = \frac{p}{km},\ a' = \frac{2p}{h}(k+1),\ a' = \frac{2p(k+1)}{hk} \\ &\text{und } \Delta = -\frac{p}{h}(m-1),\ \Delta' = \frac{p}{hkm}(m-1)(2k+1), \end{aligned}\right\} \ldots (\text{I})$$

wo $h = -1 - m - 2k$ ist.

Da ferner $\omega' > (1+k)\frac{z}{p}$, und bei allen guten Fernröhren ω' höchstens $\frac{1}{4}$, und $\frac{z}{p}$ nahe 0.05 ist, so zeigt die letzte Gleichung, dafs $k < 4$ seyn mufs, so wie aus der Gleichung $p'' = \frac{p}{km}$ folgt, dafs k eine negative

Gröfse ist. Ferner hat man

$$\Delta' = -\frac{p(m-1)(2k+1)}{km(1+m+2k)};$$

und da Δ' immer positiv, Δm aber, nach dem Vorhergehenden, so wie $-p(m-1)$, positiv, und $1+m+2k$ negativ ist, so folgt, dafs $(2k+1)$ eine negative Gröfse, dafs also auch das negative $k > \frac{1}{2}$ seyn mufs. Es fällt also immer k zwischen die beiden Grenzen $-\frac{1}{2}$ und -4.

Aber schon die erste Bemerkung, dafs nämlich die Gröfse $k = \frac{\bar{\alpha}'}{\alpha'}$ an sich negativ ist, ohne über die absolute Gröfse derselben etwas näher zu bestimmen, führt auf einen sehr wesentlichen Unterschied dieser Fernröhre, auf *zwei Classen* derselben, deren jede für sich betrachtet werden mufs. Es ist nämlich erstens entweder α' positiv, also a' negativ, und dann fällt das wahre Bild des Fernrohres zwischen die beiden letzten Linsen, und man erhält so diejenigen Oculare, welche man an die Fernrohre anzubringen pflegt, welche blofs zum Sehen, *aber nicht zum Messen*, bestimmt sind. Oder es ist zweitens a' positiv, also α' negativ, und dann fällt das wahre Bild zwischen die beiden ersten Linsen des Fernrohrs, wodurch man die Oculare erhält, welche man an den mit Mikrometern versehenen, und zum Messen bestimmten Fernröhren anbringt, damit nämlich die Rectification des Instrumentes und die Stellung der Fäden des Mikrometers nicht durch jede, oft nöthige Verstellung des Oculars, geändert werde.

Erste Classe von Doppelocularen.

$\theta = -1$, α' positiv und a' negativ.

Das wahre Bild fällt zwischen die zwei letzten Linsen.

Nimmt man die Vergröfserungszahl m bedeutend grofs an, wie dieses bei allen astronomischen Fernröh-

ren der Fall ist, so geben die vorhergehenden Gleichungen

$$a' = -\frac{2p}{m}(k+1) \quad \text{und} \quad \Delta' = -\frac{p}{km}(2k+1).$$

Da aber m, k und a' negativ, und Δ' positiv seyn soll, so folgt aus diesen Gleichungen, daſs das negative $k > 1$ seyn muſs. Es fällt daher k zwischen die Grenzen -1 und -4, und jede Annahme der Gröſse k zwischen diesen Grenzen constituirt gleichsam eine neue Art von diesen Doppelocularen der ersten Classe.

Erste Art. Sey $k = -\frac{(3m+1)}{2(m+1)}$, so geben die vorhergehenden Gleichungen (I.) für die Einrichtung des Doppeloculars

$$p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)}, \quad p'' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)},$$

$$\Delta = \frac{p(m+1)}{m}, \quad \Delta' = -\frac{4p(m+1)}{m(3m+1)},$$

$$a' = +\frac{p}{m} \quad \text{und} \quad a' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)}.$$

Ganz dieselben Ausdrücke findet auch Hr. Director *Prechtl* in seiner *Dioptrik*, und er erkennt diese schon früher von *Klügel* (*Anal. Diopt.* S. 183) gegebene Einrichtung des Doppeloculars als eine sehr brauchbare.

In der That gibt auch dieser Werth von k die Gröſse $\alpha' = p''$, das heiſst, das wahre Bild fällt genau in die Mitte zwischen die beiden letzten Linsen, also in die vortheilhafteste Stelle. Je näher überhaupt die Gröſse k an $-\frac{3}{2}$ genommen wird, desto näher fällt das Bild zur Mitte der beiden Linsen: und je näher k an der Grenze -1 genommen wird, desto näher fällt das Bild an die zweite Linse, welcher letzte Fall daher vermieden werden muſs, weil sonst der Staub oder die Streifen dieser zweiten Linse zu sichtbar werden.

Zweite Art. $k = -\frac{1}{2}$ gibt

$$p' = -\frac{2p}{m-2},\quad p'' = -\frac{2p}{3m},$$

$$\Delta = \frac{p(m-1)}{m-2},\quad \Delta' = -\frac{4p(m-1)}{3m(m-2)},$$

$$\alpha' = \frac{p}{m-2}\ \text{und}\ \alpha' = -\frac{2p}{3(m-2)};$$

eine Einrichtung, die nahe eben so brauchbar ist, als die der ersten Art.

Für alle diese Oculare ist die Entfernung des Auges von der letzten Linse gleich $\frac{p(m-1)}{2m^2k}$, und der Halbmesser des Gesichtsfeldes $\varphi = \frac{2\omega'}{m-1}$. Nimmt man daher, wie gewöhnlich, $\omega' = \frac{1}{4}$, so hat man

$$\varphi = \frac{1719}{m-1}\ \text{Minuten.}$$

Für ein besonderes Beispiel sey $k = -1.6$, $p = 60$ Zolle und $m = -30$, so wie $z' = 0.93$ gegeben, so findet man für die Construction des Oculars

$$p' = 3.727\ \text{Zolle};\quad \Delta = 57.76,$$
$$p'' = 1.250,\quad \Delta' = 2.647.$$

Ferner ist $\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4} = -\omega''$, also auch der Öffnungshalbmesser der dritten Linse $z'' = p''\omega' = 0.312$, und das halbe Gesichtsfeld $\varphi = \frac{1719}{31} = 55.4$ Minuten. Diese Einrichtung stimmt sehr nahe mit jener, welche *Ramsden*, *Dollond*, *Fraunhofer* u. a. ihren Doppelocularen der ersten Classe für astronomische Fernröhre gegeben haben.

Sey für ein zweites Beispiel, um bei einer schwachen Vergröfserung ein desto gröfseres Gesichtsfeld zu erhalten, $k = -1.6$, $p = 25$, $m = 10$ und $z' = 1.15$ gegeben, so findet man

$$p' = 4.098, \quad \Delta = 22.541,$$
$$p'' = 1.562, \quad \Delta' = 3.099,$$
$$\omega' = \frac{z'}{p'} = 0.286 \quad \text{und} \quad z'' = p''\omega'' = p''\omega' = 0.447,$$
$$\text{so wie} \quad \varphi = 178.8 \text{ Minuten},$$

und diese Einrichtung stimmt ebenfalls sehr nahe mit derjenigen überein, die *Fraunhofer* seinen sogenannten Kometensuchern gegeben hat.

Endlich lassen sich noch mehrere andere Voraussetzungen für k aufstellen, die an sich interessante, aber für die Ausübung unbrauchbare Resultate herbeiführen. So gibt $k = -1$ die erste Distanz $\Delta = p$, und die zweite $\Delta' = p''$, oder hier steht die zweite Linse genau in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beiden anderen, daher auch das Bild auf die zweite Linse selbst fällt. Für $K = \frac{-1}{m+2}$ hat man $\Delta = \Delta'$, oder die zweite Linse steht in der Mitte der beiden übrigen; ein Fall, der übrigens aufser unsere Betrachtung fällt, da nach dem Vorhergehenden $k > -1$ seyn soll. Soll ferner das Bild in die letzte Linse selbst fallen, so ist $k = -\frac{1}{2}(m+1)$, ein ganz unbrauchbarer Fall, da er auf eine unendliche Länge des Rohrs führt. Setzt man endlich $k = -\frac{1}{2}$, so ist $\Delta' = 0$, oder die beiden letzten Linsen fallen in eine einzige zusammen; ein Fall, der nicht mehr in diese erste Classe der Oculare gehört, da er $a' = -\frac{p}{m}$ positiv gibt, oder da für ihn das Bild zwischen die beiden ersten Linsen fällt, u. s. w.

Zweite Classe von Doppelocularen.

$\theta = -1$, α' negativ und a' positiv.

Das wahre Bild fällt zwischen die zwei ersten Linsen.

Diese Classe von Ocularen sucht man vergebens in *Euler's* zahlreichen optischen Schriften, in *Klügel's* anal.

Dioptrik, oder in sonst einem Schriftsteller über diesen Gegenstand. Der erste, der sie bei den astronomischen Instrumenten practisch einführte, war *Ramsden*, der auch in den *Philos. Transact.* f. 1783, pag. 94, die Theorie derselben aufzustellen versuchte. Er erkannte, wie es von einem Künstler seiner Art zu erwarten ist, die Nachtheile der Oculare der ersten Classe für messende Instrumente sehr wohl, indem er bemerkt, daſs jede kleine Verrückung des Oculars, die wegen den verschiedenen Augen der Beobachter, wegen der Reinigung der Linsen, u. s. w. oft unvermeidlich ist, die Rectification des ganzen Instrumentes störe; daſs zweitens das Collectivglas oder die zweite Linse das von dem Objective erzeugte Bild *verkleinere*, daher die Brennweite der dritten Linse wieder bedeutend kürzer gemacht werden müsse, wodurch selbst die feinsten Fäden des Mikrometers viel zu dick erscheinen, um noch bei sehr feinen Messungen mit Sicherheit gebraucht werden zu können, und daſs endlich bei den Ocularen der ersten Classe gleiche Intervalle der Fäden oder gleiche Anzahl der Schraubenumgänge nicht auch gleichen Intervallen des beobachteten Objectes entsprechen. Diesen Nachtheilen wollte er anfangs durch ein Zurückgehen auf die früher gebrauchte einfache Ocularlinse begegnen, wodurch aber wieder ein beinahe um die Hälfte vermindertes Gesichtsfeld eingeführt wurde, welches viele Gattungen astronomischer Beobachtungen, z. B. die Messung des Durchmessers der Sonne und des Mondes, unmöglich machte. Später suchte er diese einfache Linse, nach Art der Objective, doppelt zu machen, und aus einer convexen und concaven Linse zusammen zu setzen, fand aber bald, daſs solche Oculare eine zu groſse Öffnung fordern, einen groſsen Lichtverlust verursachen, und überdieſs von der Kugelabweichung nur schwer zu be-

freien sind. Endlich verfiel er auf den Bau solcher Oculare, für welche das Bild zwischen das Objectiv und die Collectivlinse fällt, und von denen hier, als von den Ocularen der zweiten Classe, die Rede ist. Er war mit dem Erfolg seiner zu diesem Zwecke angestellten practischen Versuche sehr zufrieden, aber nicht eben so mit dem, was er die Theorie desselben nennt, indem er sich am Ende seiner Abhandlung dahin äufsert: *that to give a proper demonstration, would require more leisure, that is consistent with the situation of one not very conversant with mathematics, and therefore the whole is only given in hopes, that some person of more abilities in the science of optics will favour us with a general theorem, in order that its application may be more universal.* Dieses offene, den grofsen Künstler ehrende Selbstgeständnifs mag die erst kürzlich aufgestellte Behauptung eines neueren optischen Schriftstellers erläutern, der es lächerlich findet, bei den ersten optischen Künstlern Englands nicht auch zugleich die ersten und höchsten Kenntnisse der Mathematik vorauszusetzen.

Gehen wir wieder auf unsere vorhergehenden Ausdrücke zurück, so hat man, wenn man m bedeutend grofs annimmt:

$$a' = -\frac{2p}{m}(k+1) \quad \text{und} \quad \Delta' = -\frac{p}{km}(2k+1).$$

Diese zwei Gleichungen bestimmen sofort die zwei sehr nahe liegenden Grenzen, zwischen welche für diese Oculare der zweiten Classe die Gröfse k fallen mufs. Da nämlich m und k negativ, und Δ' und a' positiv seyn sollen, so zeigt die erste Gleichung, dafs $k < -1$, und die zweite, dafs $k > -\frac{1}{2}$ ist, so dafs also k zwischen die Grenzen -1 und $-\frac{1}{2}$ fällt. Zugleich folgt aus der ersten Gleichung, dafs a' desto kleiner seyn, oder dafs

das Bild desto näher an die zweite Linse fallen wird, je näher k der ersten Gröſse -1 genommen wird.

Dieses vorausgesetzt, ist die von *Ramsden* gesuchte Theorie dieser zweiten Classe von Ocularen unmittelbar wieder durch die vorhergehenden Gleichungen (I.) gegeben, wenn man in ihnen k zwischen -1 und $-\frac{1}{2}$ nimmt, während für die erste Classe $k > -1$ genommen werden muſste.

Erste Art. Nimmt man den Werth von k in der Mitte zwischen jenen beiden Grenzen oder $k = -\frac{3}{4}$, so hat man für die Einrichtung des Oculars

$$p' = -\frac{4p}{2m-1}, \quad p'' = -\frac{4p}{3m},$$

$$\Delta = \frac{2p(m-1)}{2m-1}, \quad \Delta' = -\frac{4p(m-1)}{3m(2m-1)},$$

$$a' = -\frac{p}{2m-1} \quad \text{und} \quad \alpha' = \frac{4p}{3(2m-1)}.$$

Zweite Art. Für $k = -\frac{10}{11}$ erhält man

$$p' = \frac{22p}{9-11m}, \quad p'' = -\frac{11p}{10m},$$

$$\Delta = -\frac{11p(m-1)}{9-11m}, \quad \Delta' = \frac{99p(m-1)}{10m(9-11m)},$$

$$a' = \frac{2p}{9-11m} \quad \text{und} \quad \alpha' = -\frac{22p}{10(9-11m)}.$$

Für einen besonderen Fall der zweiten Art sey $p = 60$, $m = -30$ und $z' = 0.9735$, so hat man

$p' = 3.894$, $p'' = 2.200$, $\Delta = 60.36$, $\Delta' = 1.811$,

$\omega' = \frac{z'}{p'} = \frac{1}{4}$, $z'' = p''\omega' = 0.55$ und $\varphi = 55.45$ Minuten.

Eben so gibt $k = -\frac{10}{11}$, $p = 60$, $m = -100$ und $z' = 0.298$ für die Einrichtung des Oculars

$p' = 1.193$, $p'' = 0.780$, $\Delta = 60.28$, $\Delta'' = 0.422$,

$\omega' = \frac{1}{4}$, $z'' = 0.195$ und $\varphi = 17.02$ Minuten.

Beide Beispiele stimmen sehr nahe mit den Doppelocu-

laren überein, welche *Fraunhofer* an seinen Mittagsröhren und Meridiankreisen anzubringen pflegte.

Nähme man für k den einen Grenzwerth dieser Gröfse, oder $k = -1$, so erhält man $\Delta = p$ und $\Delta' = p'' = -\frac{p}{m}$, oder die zweite Linse steht in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beiden anderen, und das Bild fällt in die zweite Linse. Für die andere Grenze $k = -\frac{1}{2}$ wird $\Delta' = 0$, oder die beiden letzten Linsen fallen zusammen, auch sind ihre Brennweiten gleich, da $p' = p'' = -\frac{2p}{m}$ ist.

Nimmt man endlich die Vergröfserungszahl m überhaupt sehr grofs gegen die Einheit, wie dieses bei den Fernröhren mit solchen Ocularen meistens der Fall ist, so gehen die Gleichungen (I.) in folgende einfachere über:

$$p' = -\frac{2p}{m}, \quad p'' = \frac{p}{km}, \quad \Delta' = -\frac{p(1+2k)}{km},$$

$$a' = -\frac{2p}{m}(1+k) \quad \text{und} \quad \alpha' = -\frac{2p}{km}(1+k).$$

Setzt man in diesem besonderen Falle für ein einzelnes Beispiel $k = -\frac{9}{10}$, so erhält man

$$p' = -\frac{2p}{m}, \quad p'' = -\frac{10p}{9m}, \quad \Delta' = -\frac{8p}{9m},$$

$$a' = -\frac{p}{5m} \quad \text{und} \quad \alpha' = +\frac{2p}{9m},$$

welche Einrichtung Hr. Director *Prechtl* in seiner Dioptrik zur Verfertigung dieser Oculare vorschlägt.

Alles Vorhergehende setzt $\theta = -1$ oder $\omega'' = -\omega'$ voraus, wodurch nämlich das Gesichtsfeld so grofs als möglich, und daher eine der wesentlichsten Bedingungen eines jeden guten Fernrohres erfüllt wird. Es gibt aber ohne Zweifel auch noch andere Voraussetzungen für θ, welche, wenn man sich zu besonderen Absichten

ein kleineres Gesichtsfeld gefallen läſst, andere Vorzüge des Fernrohres mit sich führen, und daher einer näheren Betrachtung nicht unwürdig sind.

Dritte Classe.

Setzt man $\theta = \infty$ oder $\omega' = 0$, so gehen die ersten oben gegebenen Gleichungen in folgende über:

$$p' = -\frac{p}{k+1}, \quad p'' = \frac{p}{km}, \quad \Delta = 0, \quad \Delta' = -\frac{(m-1)p}{km},$$

$$a' = -p \quad \text{und} \quad \alpha' = -\frac{p}{k}.$$

Alle Fernröhre dieser dritten Classe mit drei Linsen geben also, wegen $\Delta = 0$, ein *doppeltes Objectiv.*

Nimmt man, wie bisher immer vorausgesetzt wurde, alle Brennweiten positiv, so zeigt der Ausdruck für Δ', daſs k eine negative Zahl seyn müsse, die gröſser als die Einheit ist. Die Vergröſserung dieser Fernröhre ist $m = \frac{p}{kp''}$, also kleiner als bei den gemeinen astronomischen Fernröhren mit zwei Linsen, so wie auch das Gesichtsfeld $\varphi = \frac{3438\,\omega''}{m-1}$ um die Hälfte kleiner, als bei den Fernröhren der zwei ersten Classen, daher wir uns nicht weiter bei ihnen aufhalten wollen.

Vierte Classe.

Setzt man $\theta = 0$ oder $\omega'' = 0$, so kann die Öffnung der letzten Linse so klein als möglich seyn, und man erhält

$$p' = -\frac{p}{k+m}, \quad p'' = \frac{p}{km},$$

$$a' = -\frac{p(k+1)}{k+m}, \quad \alpha' = -\frac{p(k+1)}{k(k+m)},$$

$$\Delta = \frac{p(m-1)}{k+m} \quad \text{und} \quad \Delta' = -\frac{p(m-1)}{m(k+m)},$$

wo wieder k negativ und kleiner als 4 seyn muſs. Für

$k = -1$ hat man $\Delta = p$ und $\Delta' = p''$, oder die zweite Linse steht in dem gemeinschaftlichen Brennpuncte der beiden anderen, u. s. w.

Fünfte Classe.

Setzt man $\theta = m$, so ist $\varphi = \omega' = 859$ Minuten für $\omega' = \frac{1}{4}$, und man hat $\omega'' = \frac{m}{4}$, oder die Öffnung der letzten Linse sehr groſs, und zur Bestimmung des Fernrohres

$$p' = -\frac{p}{k}, \quad p'' = \frac{p}{km},$$

$$\Delta = -\frac{p}{k}, \quad \Delta'' = [k(1-m) - m] \cdot \frac{p}{k^2 m};$$

$k = -1$ gibt wieder $a' = \alpha' = 0$, $p' = \Delta$ und $p'' = \Delta'$, so wie $p' = p$, wie zuvor.

* * *

Ohne diesen Gegenstand weiter zu verfolgen, wird es angemessener seyn, zu bemerken, daſs alle vorhergehenden Betrachtungen noch gar keine Rücksicht auf denjenigen Theil der Farbenzerstreuung, der von den Ocularen entsteht, genommen haben, denn die Zerstreuung des Objectivs wurde durch die Annahme einer Doppellinse bereits als aufgehoben vorausgesetzt. Da aber dem ungeachtet die in den beiden ersten Classen gefundenen Oculare schon so nahe mit denen von *Dollond*, *Ramsden*, *Fraunhofer* u. a. übereinstimmend waren, so folgt schon daraus, daſs die Farbenzerstreuung der *Oculare* wohl nur sehr wenig auf die Brauchbarkeit des Fernrohres nachtheilig einwirken, und daher öfters, wenn wesentlichere Vortheile berücksichtiget werden, ohne merkbaren Fehler gänzlich vernachlässiget werden könne. Dort aber, wo diese Rücksicht, ohne anderen Forderungen zu nahe zu treten, genommen werden kann, wird es auch nicht mehr erlaubt seyn, sie zu übergehen, und

es ist daher zur Vervollständigung dieses Gegenstandes noch übrig, die zweckmäſsigste Einrichtung der *achromatischen* Doppeloculare jener beiden ersten Classen zu suchen.

Die vorhergehenden Gleichungen (A) geben

$$\frac{p''}{\alpha'} = \frac{-[\theta - m + (\theta - 1)\,k]}{m\,(\theta - 1)\,(k + 1)},$$

wo $k = \frac{a'}{\alpha'}$ und $\theta = \frac{\omega''}{\omega'}$ angenommen wurde.

Die Vernichtung des farbigen Randes des Bildes aber wird nach bekannten optischen Gründen durch die Bedingungsgleichung gegeben:

$$0 = \omega' + \frac{p''\,\omega''}{\alpha'} \quad \text{oder} \quad \frac{p''}{\alpha'} = -\,\frac{1}{\theta}.$$

Setzt man daher diese beiden Werthe von $\frac{p''}{\alpha'}$ einander gleich, so erhält man

$$\frac{\theta - m + (\theta - 1)\,k}{m\,(\theta - 1)\,(k + 1)} = \frac{1}{\theta},$$

und durch diese Gleichung, die also den vorhergehenden Gleichungen (A) als die Bedingung der Farbenlosigkeit noch hinzugesetzt werden muſs, wird zugleich die Gröſse k, die jetzt nicht mehr willkürlich ist, bestimmt, so daſs man hat

$$k = \frac{2\,m\,\theta - \theta^2 - m}{(\theta - 1)\,(\theta - m)}.$$

Substituirt man daher diesen Werth von k in den allgemeinen Gleichungen (A), so erhält man für die Construction der achromatischen Doppeloculare die Ausdrücke:

$$\left.\begin{array}{l}
p' = -\,\dfrac{p(\theta - 1)(\theta - m)}{m\,(m - 1)}, \quad \Delta = -\,\dfrac{p(\theta - m)}{m}, \quad a' = -\,\dfrac{p\theta}{m} \\[2ex]
p'' = -\,\dfrac{p\,(\theta - 1)\,(\theta - m)}{m\,(\theta^2 - 2m\theta + m)}, \quad \Delta' = \dfrac{p\,(\theta - 1)^2 \cdot (\theta - m)}{m\,(\theta^2 - 2m\theta + m)}, \\[2ex]
\qquad \alpha' = \dfrac{p\,\theta\,(\theta - 1)\,(\theta - m)}{m\,(\theta^2 - 2\,m\,\theta + m)}
\end{array}\right| \ldots \text{(II.)}$$

Diese allgemeinen Gleichungen gehören für beide Classen der Oculare, oder vielmehr für alle Gattungen von Fernröhren mit drei Linsen. Um daher auch hier wieder die vorzüglichsten Classen derselben besonders zu betrachten, so hat man für die

Erste Classe

α' positiv und a' negativ.

Das Bild fällt zwischen die zwei letzten Linsen.

Hier werden also, da die unbestimmte Gröſse k nicht mehr vorkömmt, die Eintheilungen nach den Werthen von θ geordnet werden müssen, und da für diese erste Classe a' negativ und p positiv, so wie m eine an sich negative Gröſse ist, so muſs θ negativ seyn. Da ferner für groſse m der Werth von $\alpha' = -\frac{p\theta(\theta-1)}{m(1-2\theta)}$ positiv seyn soll, so muſs auch $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ positiv seyn, woraus folgt, daſs θ zwischen die Grenzen $\theta = 0$ und $\theta = -\infty$ fällt. Allein diese Grenzen müssen noch viel enger zusammen gezogen werden; denn ist ω' die gröſste der beiden Gröſsen ω' und ω'', so soll immer $\omega'' < \omega'$, oder doch höchstens $\omega'' = \omega'$, das heiſst, höchstens $\theta = -1$ seyn, daher für diese erste Classe die Gröſse θ zwischen die Grenzen 0 und -1 fallen muſs.

Erste Art. Sey $\theta = -1$, so hat man durch die Gleichungen (II.)

$$p' = -\frac{2p(m+1)}{m(m-1)}, \quad \Delta = \frac{p(m+1)}{m}, \quad a' = \frac{p}{m},$$

$$p'' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)}, \quad \Delta' = -\frac{4p(m+1)}{m(3m+1)}, \quad \alpha' = -\frac{2p(m+1)}{m(3m+1)},$$

also auch $\alpha' = p''$ und $\Delta' = 2p''$.

Es ist merkwürdig, daſs diese Ausdrücke durchaus mit jenen identisch sind, welche wir schon oben für die

erste Art der ersten Classe gefunden haben, so dafs durch die blofse Stellung des Bildes in der Mitte zwischen den beiden letzten Linsen die Farbenlosigkeit des Bildes von selbst erreicht wird. Noch hat diese erste Art den Vortheil, dafs sie das gröfstmögliche Gesichtsfeld, nämlich $\varphi = \frac{6876\,\omega'}{m-1}$ Minuten gibt.

Sey für einen besonderen Fall $\theta = -1$, $p = 70$, $m = -100$ und $z' = 0.3$, so erhält man
$p' = 1.372$, $\Delta = 69.300$, $\omega' = 0.219 = -\omega'$,
$p'' = 0.463$, $\Delta' = 0.927$, $z'' = 0.101$
und $\varphi = 14.91$ Minuten, ganz mit *Dollond, Fraunhofer* u. a. übereinstimmend. Andere Werthe von θ zwischen o und -1 geben andere Einrichtungen, die aber alle, wenn ein grofses Gesichtsfeld gefordert wird, dieser ersten Art nachstehen.

Zweite Classe.

α' negativ und a' positiv.

Das Bild fällt zwischen die zwei ersten Linsen.

Ein positives a' gibt auch ein positives θ, und ein negatives α' gibt auch $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ negativ, also soll θ zwischen o und $+\infty$ fallen. Da aber, nach dem Vorhergehenden, die Gröfse θ nie gröfser als die Einheit seyn soll, so mufs θ zwischen o und $+1$ fallen. Ja selbst diese Grenzen müssen noch enger zusammen gezogen werden. Da nämlich $\frac{\theta(\theta-1)}{1-2\theta}$ negativ seyn soll, so darf θ nicht zwischen $+\frac{1}{2}$ und $+1$ fallen, also fallen alle Werthe von θ zwischen o und $+\frac{1}{2}$.

Bei dieser Rücksicht auf die Farbenzerstreuung ist also, für die Doppeloculare der zweiten Classe, der für die Gröfse des Gesichtsfeldes günstigste Fall $\theta = -1$ ganz *unmöglich*, oder wenn man bei diesen Ocularen

den farbigen Rand wegbringen will, so kann dieses *nur auf Kosten des Gesichtsfeldes* geschehen, da selbst die Grenze $\theta = \frac{1}{2}$ schon auf unmögliche Resultate führt.

Erste Art. $\theta = \frac{1}{4}$ gibt nach den Gleichungen (II.)

$$p' = \frac{3p(1-4m)}{16m(m-1)}, \quad \Delta = -\frac{p(1-4m)}{4m}, \quad a' = -\frac{p}{4m},$$

$$p'' = \frac{3p(1-4m)}{m(1+8m)}, \quad \Delta' = \frac{9p(1-4m)}{4m(1+8m)}, \quad \alpha = -\frac{3p(1-4m)}{4m(1+8m)},$$

also für nur etwas gröfsere m sogar $p' < p''$. Solche Doppeloculare aber, für welche die Brennweite der zweiten Linse kleiner, als die der dritten ist, kennt weder *Fraunhofer*, noch sonst einer der übrigen Künstler, weil sie auch in der That den vorhergehenden in Beziehung auf die Ausübung weit nachstehen, und man sich immer eine kleine, für unsere Sinne noch unmerkliche Farbenzerstreuung gefallen lassen wird, um nur das Gesichtsfeld nicht zu sehr zu verkleinern. Daraus folgt also, dafs die Oculare der zweiten Classe, wenn sie nicht ein kleineres Gesichtsfeld geben sollen, von der Farbenabweichung nicht befreit werden können, und dafs auch die besten Künstler bei der Verfertigung derselben keine Rücksicht auf diese Farbenabweichung genommen haben, eben so wenig als auf die noch viel geringere Abweichung wegen der sphärischen Gestalt der Ocularlinsen, wie schon daraus folgt, dafs diese Linsen durchaus *planconvex* sind, da doch die letztgenannte Abweichung nur durch zwei verschiedene Krümmungshalbmesser der Linsen weggebracht werden kann.

Ganz anders aber würde sich die Sache verhalten, wenn von solchen Fernröhren mit drei convexen Linsen die Rede ist, welche *zwei* wahre Bilder haben, und für welche daher die Gröfse $k = \frac{a'}{\alpha'}$ positiv ist, während sie bisher immer negativ vorausgesetzt wurde. Solche

Fernröhre mit drei Linsen und zwei wahren Bildern wurden bisher noch nicht von den Künstlern ausgeführt, und wir wollen daher zum Schlusse dieses Gegenstandes die Gründe aufsuchen, welche sie an dieser Ausführung gehindert haben mögen.

Die dritte der Gleichungen (A) zeigt, daſs das positive $\theta > 1$ seyn müsse, da für gröſsere Werthe von m die Gröſse h negativ, und da das positive $k < 4$ und a' ebenfalls positiv seyn soll. Aus $\theta > +1$ folgt aber, daſs das Gesichtsfeld dieser Fernröhre immer nur *sehr klein* seyn kann. Ferner ist aus bekannten optischen Gründen der Halbmesser R der Kugelabweichung, wenn man die *Euler*'sche Bedeutung der Gröſsen μ, ν und λ beibehält:

$$R = \frac{mx^3}{4p^3}\left[\mu\lambda + \frac{\mu' p' (k+1)^2}{k^4 p} \cdot [\lambda (k+1)^2 + \nu k] + \frac{\mu'' \lambda''}{k^3 m}\right].$$

Da aber in diesem Ausdrucke alle durch μ, μ' und μ'' multiplicirten Gröſsen durchaus *positiv* sind, so kann R nie gänzlich verschwinden, und es bleibt daher, um wenigstens den Werth von R sehr klein zu machen, nichts übrig, als die Gröſse p sehr groſs zu nehmen, wodurch aber die Länge des Fernrohres ebenfalls sehr groſs, und zum Gebrauche unbequem wird. Endlich hat man zur Vernichtung der Farben die Bedingungsgleichung

$$\frac{p''}{a'} + \frac{1}{\theta} = 0,$$

der aber auch nicht genug geschehen kann, da die in ihr enthaltenen Gröſsen p', a' und θ, nach der Voraussetzung, sämmtlich positiv sind. Diese Gattung von Fernröhren muſs daher verworfen werden, da sie bei einer viel zu groſsen Länge doch nur ein sehr kleines Gesichtsfeld geben, und überdieſs weder von der Abweichung wegen der Gestalt der Linsen, noch von der Farbenzerstreuung befreit werden können.

III.

Über die Integration der sogenannten linearen Differenzialgleichung der n^{ten} Ordnung mit constanten Coefficienten, wenn die dabei zu gebrauchende Hülfsgleichung gleiche Wurzeln darbietet;

von

Karl Lamla.

Das sinnreiche und gegenwärtig wohl allgemein bekannte Verfahren, durch welches *Lagrange* das vollständige Integral der Differenzialgleichung

$$(1)\quad \frac{d^n y}{dx^n} + P_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + P_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \ldots$$
$$\ldots + P_{n-1} \frac{dy}{dx} + P_n y = X,$$

worin $P_1, P_2, \ldots P_{n-1}, P_n$ und X gegebene Functionen der Variablen x bedeuten, und dx constant gedacht wird, aus n particulären, auf die Form $y = f(x)$ gebrachten, unter einander in keinem beständigen Verhältnisse stehenden Integralien

$$y = Y_1, \quad y = Y_2, \quad y = Y_3, \quad \ldots \quad y = Y_n$$

der einfacheren Differenzialgleichung

$$(2)\quad \frac{d^n y}{dx^n} + P_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + P_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \ldots$$
$$\ldots + P_{n-1} \frac{dy}{dx} + P_n y = 0$$

darzustellen gelehrt hat, erfordert blofs (man sehe *Ettingshausen's* Vorlesungen, Bd. I., S. 391) die Bestimmung der Unbekannten $X_1, X_2, X_3, \ldots X_n$ aus den n Gleichungen des ersten Grades:

$$(3)\quad Y_1 X_1 + Y_2 X_2 + Y_3 X_3 + \ldots + Y_n X_n = 0$$

$$\frac{dY_1}{dx} X_1 + \frac{dY_2}{dx} X_2 + \frac{dY_3}{dx} X_3 + \ldots + \frac{dY_n}{dx} X_n = 0$$

$$\frac{d^2Y_1}{dx^2} X_1 + \frac{d^2Y_2}{dx^2} X_2 + \frac{d^2Y_3}{dx^2} X_3 + \ldots + \frac{d^2Y_n}{dx^2} X_n = 0$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{d^{n-2}Y_1}{dx^{n-2}} X_1 + \frac{d^{n-2}Y_2}{dx^{n-2}} X_2 + \frac{d^{n-2}Y_3}{dx^{n-2}} X_3 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{d^{n-2}Y_n}{dx^{n-2}} X_n = 0$$

$$\frac{d^{n-1}Y_1}{dx^{n-1}} X_1 + \frac{d^{n-1}Y_2}{dx^{n-1}} X_2 + \frac{d^{n-1}Y_3}{dx^{n-1}} X_3 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{d^{n-1}Y_n}{dx^{n-1}} X_n = X.$$

Hat man diese gefunden, so ist

$$(4)\quad y = Y_1 \int X_1\, dx + Y_2 \int X_2\, dx + Y_3 \int X_3\, dx + \ldots$$
$$\ldots + Y_n \int X_n\, dx,$$

worin jedes der Integralien $\int X_1\, dx$, $\int X_2\, dx$, etc. eine unbestimmte Constante mit sich führt, das allgemeine Integral der Differenzialgleichung (1).

Will man diese Methode auf die Integration der Differenzialgleichung

$$(5)\quad \frac{d^n y}{dx^n} + A_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + A_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \ldots$$
$$\ldots + A_{n-1} \frac{dy}{dx} + A_n y = X,$$

worin A_1, A_2, ... A_{n-1}, A_n beständige Gröfsen sind, und X die frühere Bedeutung hat, anwenden, so handelt es sich zuerst um die Auffindung von n particulären Integralien derjenigen Gleichung, in welche (5) übergeht, wenn man die Nulle statt X setzt. Substituirt man zu diesem Ende in die genannte Gleichung für y den Ausdruck e^{ux}, wobei e die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems, und u eine noch unbestimmte Constante ist, so zeigt sich sogleich, dafs $y = e^{ux}$ durch

alle Werthe von u, welche der Gleichung

$$(6)\quad u^n + A_1 u^{n-1} + A_2 u^{n-2} + \ldots + A_{n-1} u + A_n = 0$$

Genüge leisten, in eine Auflösung der Differenzialgleichung (5) für $X = 0$ verwandelt wird, und man hat demnach, wenn a_1, a_2, a_3, ... a_n die n Wurzeln der Gleichung (6) vorstellen, in dem gegenwärtigen Falle

$$Y_1 = e^{a_1 x},\ Y_2 = e^{a_2 x},\ Y_3 = e^{a_3 x},\ \ldots Y_n = e^{a_n x}.$$

Was die Auflösung der Gleichungen (3) betrifft, so läfst sie sich für diese Werthe der Gröfsen

$$Y_1,\ Y_2,\ Y_3,\ \ldots\ Y_n$$

sehr leicht auf dem in *Ettingshausen's* Vorlesungen, I. Bd. S. 176 betretenen, ebenfalls von *Lagrange* zuerst gewiesenen Wege zu Stande bringen. (Man sehe unter andern auch *Lacroix Traité du calc. diff. et du calc. integral*, *T. II. pag.* 330). Bezeichnet man das Polynom

$$n u^{n-1} + (n-1) A_1 u^{n-2} + (n-2) A_2 u^{n-3} + \ldots + A_{n-1}$$

durch $\varphi(u)$, so findet man

$$X_1 = \frac{X e^{-a_1 x}}{\varphi(a_1)},\ X_2 = \frac{X e^{-a_2 x}}{\varphi(a_2)},\ \ldots X_n = \frac{X e^{-a_n x}}{\varphi(a_n)},$$

mithin

$$(7)\quad y = \frac{e^{a_1 x}}{\varphi(a_1)} \int X e^{-a_1 x} dx + \frac{e^{a_2 x}}{\varphi(a_2)} \int X e^{-a_2 x} dx + \ldots$$
$$\ldots + \frac{e^{a_n x}}{\varphi(a_n)} \int X e^{-a_n x} dx$$

für das allgemeine Integral der Differenzialgleichung (5).

Statt $\varphi(a_1)$, $\varphi(a_2)$, ... $\varphi(a_n)$ kann man auch die Producte

$$(a_1 - a_2)(a_1 - a_3) \ldots (a_1 - a_n)$$
$$(a_2 - a_1)(a_2 - a_3) \ldots (a_2 - a_n)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(a_n - a_1)(a_n - a_2) \ldots (a_n - a_{n-1})$$

setzen, welchen die genannten Gröfsen gleich kommen.

Die Formel (7) ist in ihrer gegenwärtigen Gestalt unbrauchbar, wenn einige der Wurzeln $a_1, a_2, a_3, \ldots$ der Hülfsgleichung (6) einander gleich sind; ich will versuchen, dieselbe durch eine einfache Umstaltung auf den erwähnten Fall auszudehnen. Ich nehme an, r der Gröfsen $a_1, a_2, a_3, \ldots$ z. B. die r ersten derselben seyen einander gleich, und beschäftige mich defshalb blofs mit dem Theile

$$(8)\quad \frac{e^{a_1 x}}{\varphi(a_1)}\int X e^{-a_1 x}\,dx + \frac{e^{a_2 x}}{\varphi(a_2)}\int X e^{-a_2 x}\,dx + \ldots$$
$$\ldots + \frac{e^{a_r x}}{\varphi(a_r)}\int X e^{-a_r x}\,dx = T,$$

auf den dieser Umstand Einflufs hat. Um seinen Werth für den Fall $a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_r$ kennen zu lernen, lasse ich vor der Hand die Gröfsen

$$a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots a_r$$

eine arithmetische Progression bilden, deren Differenz $-w$ ist; d. h. ich setze

$$a_2 = a_1 - w,\quad a_3 = a_1 - 2w,\quad a_4 = a_1 - 3w, \ldots$$
$$\ldots a_r = a_1 - (r-1)w,$$

und stelle die r Producte

$$\begin{array}{l}
(a_1 - a_{r+1})(a_1 - a_{r+2}) \ldots (a_1 - a_n) \\
(a_2 - a_{r+1})(a_2 - a_{r+2}) \ldots (a_2 - a_n) \\
(a_3 - a_{r+1})(a_3 - a_{r+2}) \ldots (a_3 - a_n) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
(a_r - a_{r+1})(a_r - a_{r+2}) \ldots (a_r - a_n)
\end{array}$$

durch $\psi(a_1), \psi(a_2), \psi(a_3), \ldots \psi(a_r)$ vor, so wird, wie eine leichte Überlegung lehrt:

$$\begin{array}{l}
\varphi(a_1) = \quad (r-1)!\,\psi(a_1)\,.\,w^{r-1}, \\
\varphi(a_2) = -\,(r-2)!\,\psi(a_2)\,.\,w^{r-1}, \\
\varphi(a_3) = +\,2!\,(r-3)!\,\psi(a_3)\,.\,w^{r-1}, \\
\varphi(a_4) = -\,3!\,(r-4)!\,\psi(a_4)\,.\,w^{r-1}, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}$$

$$\varphi(a_{r-1}) = (-1)^{r-2}(r-2)!\,\psi(a_{r-1})\,.\,w^{r-1},$$
$$\varphi(a_r) = (-1)^{r-1}(r-1)!\,\psi(a_r)\,.\,w^{r-1},$$

wobei im Allgemeinen nach der von *Kramp* eingeführten Bezeichnung $\rho!$ statt des Productes $1.2.3.4\ldots(\rho-1)\rho$ steht.

Der Ausdruck (8) erhält hiedurch, wenn man zugleich den Factor $e^{a_r x}$ von demselben absondert, und der Kürze wegen U statt $Xe^{-a_1 x}$ schreibt, die Gestalt

$$T = \frac{e^{a_r x}}{w^{r-1}}\Big[\frac{e^{(r-1)wx}}{(r-1)!\,\psi(a_1)}\int U\,dx$$
$$-\frac{e^{(r-2)wx}}{1!\,(r-2)!\,\psi(a_2)}\int Ue^{wx}\,dx + \frac{e^{(r-3)wx}}{2!\,(r-3)!\,\psi(a_3)}\int Ue^{2wx}\,dx$$
$$\ldots + \frac{(-1)^{r-1}}{(r-1)!\,\psi(a_r)}\int Ue^{(r-1)wx}\,dx\Big];$$

oder, wenn man noch jedes Glied rechter Hand des Gleichheitszeichens mit $(r-1)!$ multiplicirt, und im Allgemeinen den Binomialcoefficienten

$$\frac{(r-1)!}{\rho!\,(r-\rho)!} = \frac{(r-1)(r-2)\ldots(r-\rho)}{1\,.\,2\ldots\ldots\rho}$$

durch das Symbol $\binom{r-1}{\rho}$ vorstellt, die Gestalt

$$(9)\quad T = \frac{e^{a_r x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)}\Big[\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-1}\int U\,dx$$
$$-\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_2)}\,.\binom{r-1}{1}\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-2}\int U\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)dx$$
$$+\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_3)}\,.\binom{r-1}{2}\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-3}\int U\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^2 dx$$
$$-\ldots + (-1)^{r-1}\,.\,\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_r)}\,.\int U\left(\frac{e^{wx}}{w}\right)^{r-1}dx\Big].$$

Entwickelt man die Quotienten $\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_2)}, \frac{\psi(a_1)}{\psi(a_3)}, \ldots$ sämmtlich nach den steigenden Potenzen von w, so wird T in eine nach denselben Potenzen geordnete Reihe umgestaltet, deren erstes Glied T' offenbar aus dem rech-

ter Hand des Gleichheitszeichens in (9) befindlichen Ausdrucke hervorgeht, wenn man daselbst die Quotienten $\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_2)}$, $\frac{\psi(a_1)}{\psi(a_3)}$, ... wegläſst. Da ich im Folgenden, dem Zwecke gegenwärtiger Untersuchung gemäſs, ohnehin $w = o$ setzen werde, wodurch sich der Ausdruck T auf genanntes erste Glied reducirt, so ist bloſs nöthig, dieses weiter zu transformiren, wozu folgende Bemerkung behülflich seyn wird.

Sind Y und Z beliebige Functionen von x; A was immer für eine constante Gröſse, und m eine ganze positive Zahl, so ist

$$\alpha)\qquad \int U(A-Z)^m\,dx =$$

$$= A^m \int U\,dx - \binom{m}{1} A^{m-1} \int U Z\,dx + \binom{m}{2} A^{m-2} \int U Z^2\,dx$$
$$- \ldots + (-1)^m \int U Z^m\,dx.$$

Aber es ist auch

$$A - Z = A - K - (Z - K);$$

folglich, wenn man, in so ferne K constant ist, in der Gleichung α) $A-K$ statt A, und $Z-K$ statt Z schreibt:

$$\beta)\qquad \int U(A-Z)^m\,dx =$$

$$= (A-K)^m \int U\,dx - \binom{m}{1}(A-K)^{m-1} \int U(Z-K)\,dx$$
$$+ \binom{m}{2}(A-K)^{m-2} \int U(Z-K)^2\,dx$$
$$- \ldots + (-1) \int U(Z-K)^m\,dx.$$

Die in den Gleichungen α) und β) rechter Hand des Gleichheitszeichens sich befindenden Gröſsen müssen als geschlossene Entwickelungen eines und desselben Integrales nothwendig identisch seyn, d. h. die zweite muſs sich nach gehöriger Entwickelung der Potenzen von $Z - K$ genau auf die erste reduciren, was auch immer A bedeute: da nun A hinter dem Integralzeichen gar nicht erscheint, so muſs die Indentität beider Aus-

drücke auch noch bestehen, wenn man A irgend eine Function von x bedeuten läfst, wofern nur K constant bleibt. Es ist also für jedes variable V

$$\gamma)\quad V^m \int U\,dx - \binom{m}{1} V^{m-1} \int U Z\,dx + \binom{m}{2} V^{m-2} \int U Z^2\,dx - \ldots \ldots + (-1)^m \int U Z^m\,dx =$$

$$= (V-K)^m \int U\,dx - \binom{m}{1} (V-K)^{m-1} \int U(Z-K)\,dx + \binom{m}{2} (V-K)^{m-2} \int U(Z-K)^2 dx - \ldots \ldots + (-1)^m \int U\,(Z-K)^m\,dx.$$

Setzt man nun in γ)

$$V = Z = \frac{e^{wx}}{w}, \quad m = r-1, \quad K = \frac{1}{w},$$

so hat man

$$(10)\quad T' = \frac{e^{a_r x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)} \Big[\left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-1} \int U\,dx - \binom{r-1}{1} \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-2} \int U \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right) dx + \binom{r-1}{2} \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-3} \int U \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^2 dx - \ldots \ldots + (-1)^{r-1} \int U \left(\frac{e^{wx}-1}{w}\right)^{r-1} dx \Big].$$

Läfst man hier w verschwinden, wodurch bekanntlich $\frac{e^{wx}-1}{w}$ in x übergeht, so hat man, weil jetzt zwischen den Wurzeln $a_1, a_2, a_3, \ldots a_r$ kein Unterschied besteht, wenn man wieder $X e^{-a_1 x}$ an die Stelle von U bringt:

$$(11)\quad T = \frac{e^{a_1 x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)} \Big[x^{r-1} \int X e^{-a_1 x}\,dx - \binom{r-1}{1} x^{r-2} \int X x e^{-a_1 x}\,dx + \binom{r-1}{2} x^{r-3} \int X x^2 e^{-a_1 x}\,dx - \ldots \ldots + (-1)^{r-1} \int X x^{r-1} e^{-a_1 x}\,dx \Big];$$

welche Formel man sich auch erlauben darf kürzer so zu schreiben:

$$(12)\quad T = \frac{e^{a_1 x}}{(r-1)!\,\psi(a_1)} \int X e^{-a_1 x} (A-x)^{r-1}$$
$$+ e^{a_1 x} (C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + \ldots + C_r x_r).$$

wobei A bei der Verrichtung der Integration als constant behandelt, nach der Integration aber mit x vertauscht werden muſs, und dem Integral wegen der Anwesenheit der r Constanten C_0, C_1, C_2, . . . C_r keine Constante mehr beizufügen ist. Der richtige Gebrauch der abgekürzten Formel (12) erheischt jedoch, daſs man die Formel (11) stets im Auge behalte.

IV.

Ein neuer galvanischer Multiplicator;

von

Dr. *Stephan Marianini* *).

Alle Physiker, welche die schöne Erfahrung *Oersted's* über die Einwirkung der Electricität auf einen Magnet wiederholt haben, erkannten, daſs sich die Magnetnadel zum Messen der Stärke electrischer Ströme anwenden lasse, und der vortreffliche Physiker *Schweigger* wurde zuerst durch den Umstand, daſs ein Metalldraht, dessen beide Enden mit den Polen eines Electromotors in Verbindung stehen, in jedem Querschnitte gleich stark auf einen Magnet einwirkt, auf den glücklichen Gedanken geleitet, den Verbindungsdraht mehrere Male über und unter einer Magnetnadel vorbeigehen zu

*) Vom Herrn Verfasser in italienischer Sprache mitgetheilt, und vom Herausgeber *A. B.* übersetzt.

lassen, um den Effect zu steigern. Da man nun eine Magnetnadel mit einem über oder unter ihr vorbeigehenden Metalldraht Voltimeter oder Galvanometer genannt hat, so erhielt das *Schweigger*'sche Instrument den Namen *multiplicirender Voltimeter* oder *Galvanometer* *).

Von dem Wunsche beseelt, einiger Erfahrung, über die ich schon öfter den gelehrten Verein zu unterhalten die Ehre hatte, eine gröſsere Ausdehnung zu geben, verschaffte ich mir von Mailand einen Multiplicator, erkannte aber bald, daſs er an Güte die einfachen von mir bisher gebrauchten Galvanometer nur wenig übertraf. Als ich über seine Einrichtung näher nachdachte, glaubte ich zu bemerken: 1) daſs der Metalldraht nicht so angebracht sey, um seine ganze Wirkung äuſsern zu können; 2) daſs im Allgemeinen eine solche Verbindung der Drähte da, wo es sich um etwas genaue Beobachtungen handelt, nicht den besten Dienst leiste.

1. Die Anordnung des Leitungsdrahtes, der wie der Aufzug zu einem Gewebe über und unter der Nadel angebracht ist, so daſs alle auf die Magnetnadel einwirkenden Theile unter einander und zur Axe der Magnetnadel parallel, oder doch nahe so liegen, ist gewiſs nicht die beste, um durch ein bestimmtes Drahtstück die gröſste Ablenkung der Magnetnadel hervorzubringen. Denn im ersten Augenblicke, wo die Nadel vom electrischen Strome afficirt wird, sind die Theile des Drahtes, welche sich mit der Axe der Magnetnadel in einerlei verticaler Ebene befinden, die einzigen, welche eine directe Wirkung darauf ausüben, während alle anderen nur schief einwirken, und daher weniger vermögen, indem nach dem *Biot*'schen Gesetze die Wirkung

*) Ich habe statt dieser Benennung lieber die in Deutschland übliche »Multiplicator« beibehalten. *B.*

des Elementartheilchens des Drahtes auf jedes südliche oder nördliche Elementartheilchen der Nadel desto kleiner ist, je mehr das Quadrat der Entfernung wächst, und je gröſser der Sinus des Winkels ist, den diese Entfernung mit der Richtung des Fadens macht. Sobald sich aber die Magnetnadel zu bewegen anfängt, wirken alle Fäden ohne Ausnahme schief auf dieselbe.

Aus diesem Grunde glaubte ich besser zu thun, wenn ich den Verbindungsdraht so anordnete, daſs sich alle Fäden, sie mögen unter der Nadel vorbeigehen oder über derselben, in der Mitte durchkreuzen, so daſs es ober und unter der Magnetnadel einen Draht gibt, der mit ihr parallel läuft, und in einerlei verticalen Ebene mit ihrer Axe liegt, wenn sie ihre natürliche Richtung hat; eben so einen anderen, der mit ihr parallel steht, wenn sie z. B. um einen Grad abgelenket worden ist; und einen dritten, wenn die Ablenkung drei Grade beträgt, u. s. f. Verfährt man auf diese Art, so gibt es immer einen Draht, der mit seiner ganzen Stärke auf die Magnetnadel wirkt, wie auch immer ihre Ablenkung beschaffen seyn mag, wenn sie nur nicht aus den Windungen ganz heraustritt; alle anderen Drähte wirken aber schief darauf ein.

2. Das *Schweigger*'sche Instrument kann nicht am besten zum Ziele führen, wenn es sich darum handelt, mit gehöriger Genauigkeit die durch einen electrischen Strom bewirkte Ablenkung zu messen. Sieht man auf die Magnetnadel, indem man das Auge vertical darüber hält, so ist die Windung häufig im Sehen hinderlich; will man ihr ausweichen, so hält es schwer, die Ablenkung richtig abzusehen, indem sich die Nadel in einer Ebene bewegt, die von der Ebene des getheilten Bogens etwas absteht; entfernt sich der beobachtete Punct vom Auge, so scheint er weiter zu gehen, als er wirk-

lich geht; bewegt sich die Nadel in entgegengesetzter Richtung, so erscheint die Abweichung dem Auge kleiner.

Um diesen Übelstand zu heben, glaubte ich gut zu thun, daſs ich die Theilung seitwärts anbrachte, und am Mittelpuncte der Nadel eine kleine Borste befestigte, die sich mit derselben bewegt und ihre Ablenkung anzeigt.

Der Haupttheil meines Instrumentes ist ein kleiner messingener Rahmen von nahe 14 Centimeter (5,3 W. Z.) Länge und 11 Centim. (4,2 W. Z.) Breite. Jede der zwei breiteren Seiten besteht aus zwei Leisten, einer unteren und einer oberen, die um 8 Mm. (3 L.) von einander abstehen; die zwei kleineren bestehen aus verticalen Messingstreifen, die kreisförmig gebogen sind. Da über diese der Metallfaden gewickelt wird, so müssen sie genau mit einem Seidenfaden umwunden werden, damit der Leitungsdraht das Messing nicht berühre, und die Windungen desselben fester an ihrem Platze bleiben.

Die mit Seide übersponnenen Kupferdrähte, die man bei den gewöhnlichen Multiplicatoren braucht, wenigstens jene, die ich erhalten konnte, fand ich so spröde, daſs ich sie nicht gehörig über den Rahmen spannen konnte. Ich bediente mich daher eines versilberten und überfirniſsten Silberdrahtes, und wand ihn so um den Rahmen, daſs alle Windungen, sie mögen unter oder über der Nadel vorbeigehen, sich in der Mitte durchkreuzen.

In der Mitte von einer der längeren Seiten des Rahmens ist eine kleine darauf senkrechte messingene Leiste angebracht, die bis zum Vereinigungspunct der Drähte reicht, und den Stift trägt, auf dem die Magnetnadel sich bewegt. Diese ist mit einer Borste versehen, die an ihrem Mittelpuncte befestigt ist, und mit ihrer Axe einen rechten Winkel macht, so daſs die östlichen und

westlichen Ablenkungen der Magnetnadel durch nördliche und südliche der Borste angezeigt werden. Da diese nur von einer Seite über die Nadel herausreicht, so ist sie durch ein Stückchen Wachs auf der entgegengesetzten Seite im Gleichgewicht erhalten.

An der zweiten gröſseren Seite des Rahmens ist ein Bogen aus Elfenbein angebracht, der in 60° getheilt wurde, wovon 30 an der Nordseite, 30 an der Südseite liegen, so daſs das Ende der Borste dem mittleren Theilstriche oder dem Nullpuncte der Theilung entspricht, wenn die Längenseite der Rahme mit der Magnetnadel parallel läuft.

Die Leiste, welche die Magnetnadel trägt, ist nicht fest gemacht, sondern läſst sich verschieben, so daſs die Magnetnadel auſser den Windungen zu stehen kommt, und man sie wegnehmen und mit einer anderen ersetzen kann, die mehr oder weniger wiegt. Mit dieser Einrichtung wird das Instrument geschickt, nicht bloſs vorige Anzeigen zu geben, sondern mit Genauigheit die Wirkungen des schwächsten electrischen Stromes so wie die eines starken zu messen.

Das Instrument ist in eine kreisrunde hölzerne Büchse mit einem Glasdeckel eingeschlossen, um es gegen die Bewegung der Luft zu schützen. Die Drähte reichen nahe 2 F. lang aus der Büchse hervor, und haben am Ende Zinnblättchen, um sie leicht mit den Platten des Electromotors in Verbindung setzen zu können. Drei Schrauben, auf denen die Büchse steht, dienen zum Stellen des Instrumentes. Die Figuren 3, 4, 5 zeigen es perspectivisch von oben und von der Seite.

Nachtrag vom Herausgeber *A. B.*

Ich habe, gleich nachdem ich von *Marianini's* Einrichtung des Multiplicators Kenntniſs erhielt, ein solches

Instrument verfertigen lassen, und mich von seiner grofsen Empfindlichkeit und Zweckmäfsigkeit sattsam überzeugt.

Wiewohl der mit Seide übersponnene Kupferdraht nur 21 ¹/₂ Mal gewunden war, so brachte doch ein electrischer Strom, der durch eine Kupfer- und eine Zinkplatte von 12 Q. Linien Oberfläche in sehr stark verdünnter Schwefelsäure erregt wurde, an einer 2635 Milligramm schweren Magnetnadel eine Ablenkung von 45° hervor.

V.

Ungewöhnlich hoher Barometerstand im Monate Jänner 1828;

beobachtet in Prag

vom

Professor *Hallaschka.*

Obgleich seit dem 8. Jänner l. J. die Quecksilbersäule im Barometer bei meistens veränderlicher Atmosphäre bedeutend herabsank, so dafs sie am 15ten um 11 Uhr Vormittags nur eine Höhe von 27″ 0‴,44 hatte, also um 6‴,26 unter der mittleren Höhe stand; — das Réaum. Thermometer, das im Schatten der freien Luft ausgesetzt ist, vom 12ten bis zum 15. Jänner stets mehrere Grade über dem Frostpuncte zeigte; — der Wind meistens eine süd-süd-westliche Richtung bei verschiedener Stärke hatte, und demnach eine länger anhaltende laue, trübe, feuchte und unangenehme Witterung zu vermuthen war: so änderte sich doch nicht allein die Temperatur der atmosphärischen Luft, welche schon

am 15ten um 8 Uhr Abends — 10° R. war, sondern auch der Druck der Atmosphäre nahm am nämlichen Tage mit jeder Stunde zu, so daſs die Quecksilbersäule des Barometers, welche am nämlichen Tage um 11 Uhr Vormittags = 27″ 0‴,44 war, in der darauf folgenden Nacht um 12 Uhr eine Höhe von 27″ 6‴,85 erreichte.

Am 16ten, 17ten, 18ten und 19. Jänner bis 10 Uhr Vormittags stieg die Kälte fortwährend, und die Quecksilbersäule erhob sich allmählich weit über die mittlere Höhe. Die Atmosphäre heiterte sich am 16ten aus, blieb bis zum 18ten heiter, wo sie sich trübte, und Nebel, Schnee und Hagelregen sich einstellten, während am zuletzt genannten Tage die Quecksilbersäule den hohen Stand von 28″ 3‴,72 bei einer Lufttemperatur von — 12″,5 R. erreichte.

Da dieser hohe Stand hier seltener beobachtet wird, und seit mehreren Jahren nur von jenem, welcher am 8. Februar 1821 = 28″ 5‴,59 verzeichnet wurde, übertroffen wird, so dürfte es nicht ohne Nutzen seyn, die zu verschiedenen Stunden des 17ten, 18ten und 19. Jänners l. J. angestellten Beobachtungen selbst anzuführen, um aus der Vergleichung gleichzeitiger Beobachtungen anderer Orte die gewünschten Resultate ziehen zu können.

Die Barometer-Scala ist nach dem alten Pariser Fuſs getheilt, und gibt mittelst der Nonien $^1/_{100}$ der Pariser Linie an. Sämmtliche Barometerbeobachtungen sind auf 0° R. reducirt. Die Lufttemperatur wurde nach dem 80theiligen Thermometer beobachtet.

1828, den 17. Jänner.	Barometerstand, auf 0° R. reducirt.	Lufttemp. Therm. R.	Richtung d. Windes	Anmerkungen.
8 U. Morg.	28″ 0‴.54	— 12°.1	OgN.	Der Wind schwach, die Atmosphäre ganz heiter während allen Beobachtungsstunden.
10 » »	1‴.03	— 9°.7	OgN.	
12 » Mittags	1‴.22	— 9°.0	OgN.	
3 » Nachm.	1‴.56	— 10°.2	OgN.	
5 » »	1‴.85	— 11°.0	OgN.	
6 » »	1‴.97	— 11°.6	OgN.	
7 » »	2‴.17	— 11°.1	OgN.	
8 » »	2‴.23	— 11°.2	OgN.	
9 » »	2‴.23	— 11°.8	OgN.	
10 » »	2‴.43	— 11°.8	OgN.	

18. Jänner.

6 U. Morg.	28″ 2‴.88	— 13°.7	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
8 » »	3‴.05	— 13°.2	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
10 » »	3‴.39	— 12°.5	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
11 » »	3‴.20	— 11°.9	NOO.	Wind schw.; Höhenrauch.
12 » Mittags	3‴.13	— 11°.1	OgN.	Wind schwach.
1 » Nachm.	3‴.03	— 11°.1	OgN.	Wind schwach.
2 » »	2‴.83	— 10°.6	OgN.	Wind schwach.
3 » »	2‴.71	— 10°.6	NO.	Wind schwach; dunstig.
4 » »	2‴.75	— 11°.1	NO.	Wind schwach; g. trüb.
5 » »	2‴.65	— 11°.4	NO.	Wind schwach; g. trüb.
6 » »	2‴.58	— 11°.7	NO.	Wind schwach; g. trüb.
7 » »	2‴.39	— 11°.8	NO.	Wind schwach; g. trüb.
8 » »	2‴.32	— 11°.9	NO.	Wind schwach; g. trüb.
9 » »	2‴.34	— 12°.5	NO.	Wind schwach; g. trüb.
10 » »	2‴.24	— 12°.4	NO.	Wind schwach; g. trüb.

19. Jänner.

6 U. Morg.	28″ 1‴.06	— 11°.2	NO.	Mittelm. stark; trüb.
7 » »	1‴.08	— 10°.9	NO.	Mittelm. stark; trüb.
8 » »	1‴.06	— 10°.3	NO.	Mittelm. stark; Hagelreg.
10 » »	0‴.85	— 10°.7	NO.	Mittelm. stark; Hagelreg.
11 » »	0‴.69	— 7°.6	SO.	Mittelm. stark; Nebel.
12 » Mittag	0‴.23	— 6°.7	OgN.	Mittelm. stark; Nebel.
2 » Nachm.	27″ 11‴.90	— 5°.2	O.	Schwach; Nebel.
4 » »	11‴.77	— 5°.1	OgN.	Schwach; Nebel.
10 » »	11‴.61	— 5°.1	OgN.	Schwach; Nebel.

Das *Daniell*'sche Hygrometer, nach Fahrenheit getheilt, zeigte um 12 Uhr Mittags:

	Lufttemp.	Condensation.	Diff.
Am 16. Jänner:	+ 22°,3	+ 3°,0	19°,3
» 17. »	+ 15°,0	+ 4°,0	11°,0
» 18. »	+ 11°,0	+ 3°,0	8°,0
» 19. »	+ 14°,0	+ 6°,0	8°,0
» 20. »	+ 25°,0	+ 25°,0	0°,0
» 21. »	+ 31°,5	+ 30°,5	7°,0.

Am 21sten und die folgenden Tage des Monates zeigte das Réaum. Thermometer stets einige Grade Luftwärme bei meistens trüber Atmosphäre und ziemlich hohem Barometerstande.

VI.

Über Hygrometer, nach des Ritters v. *Bürg* Beobachtungen;

von

A. Baumgartner.

---

1. Unter den Instrumenten, welche zur Bestimmung des Zustandes der atmosphärischen Luft oder einer anderen Gasart angewendet werden, hat in der neueren Zeit dasjenige die Physiker am meisten beschäftiget, welches die Feuchtigkeit derselben anzugeben bestimmt ist. Es that aber auch keinem mehr Noth als diesem, weil man zu der Zeit, als man schon ohne viele Mühe ziemlich gut übereinstimmende Thermometer und Barometer bekommen konnte, selbst von den Händen übrigens anerkannt braver Künstler keine harmonirenden Hygrometer zu erhalten im Stande war; und doch ist

Übereinstimmung in den Anzeigen mehrerer zu demselben Zwecke bestimmter Instrumente die erste und unerläſslichste Eigenschaft derselben, wenn sie überhaupt brauchbar seyn sollen, aber nicht die einzige. Es ist überdieſs noch nothwendig, daſs solche Instrumente eine verständige Sprache reden, und hierin hat man an die Hygrometer gröſsere Forderungen gemacht, als an viele andere Instrumente. Beim Thermometer z. B. ist man so ziemlich allgemein von der Forderung abgestanden, daſs es die absoluten Wärmemengen angeben, und daſs der Nullpunct seiner Scale dem Zustande der gänzlichen Abwesenheit aller Wärme entsprechen soll; vom Hygrometer verlangt man aber, daſs es die Dunstmenge, welche in einem gegebenen Luftvolumen enthalten ist, angebe, und das mit Recht, indem die Anzeigen dieses Instrumentes sich auf etwas beziehen, dessen Materialität nicht bezweifelt wird, und das sich wirklich dem Gewichte nach bestimmen läſst, während die Anzeigen des Thermometers von einem Agens abhängen, das nicht der Schwere unterliegt, wenigstens noch nicht gewogen werden konnte, ja dessen Materialität noch starken Zweifeln ausgesetzt ist.

2. Der hygrometrische Zustand einer Luftmasse ist bekannt, wenn man das Verhältniſs der Spannkraft der in ihr vorhandenen Wasserdünste zu derjenigen Dunstmenge kennt, welche bei der gerade bestehenden Temperatur Statt finden kann. Daraus kann man nämlich abnehmen, wie weit die Luft noch von ihrem sogenannten Sättigungspuncte an Feuchtigkeit entfernt sey, und um wie viele Grade die Temperatur sinken müſste, um die Dünste auf das Maximum ihrer Spannkraft zu bringen, und auch sogar die absolute, in einem gegebenen Volumen derselben enthaltene Dunstmenge bestimmen; obiges Verhältniſs soll darum auch die Scale eines Hy-

grometers angeben. Drückt man den Zustand, worin die Dünste die gröſste Spannkraft haben, welche ihnen bei der bestehenden Temperatur zukommt, durch 100 aus, d. h. bezeichnet man den Punct der gröſsten Feuchtigkeit eines Hygrometers mit 100, den der gröſsten Trockenheit (wo gar kein Dunst vorhanden ist) mit 0, so sollte das Hygrometer den 50sten Feuchtigkeitsgrad angeben, wenn die Spannkraft der Dünste in der Luft nur die Hälfte derjenigen beträgt, die vorhanden seyn kann, oder den 20sten, wenn die bestehende Expansivkraft nur $^1/_5$ von der ist, welche Statt finden kann, u. s. w. Ich will für die Folge die von einem solchen Hygrometer angezeigte Spannkraft die *relative* Spannkraft der Dünste nennen. Bis jetzt kennt man kein Hygrometer, welches unmittelbar solche Anzeigen lieferte, ja unter der grossen Anzahl der in Vorschlag gebrachten oder wirklich ausgeführten Instrumente dieser Art sind nur wenige, welche Bestimmungen liefern, aus denen sich die Hygrometergrade im vorher bestimmten Sinne durch Rechnung ableiten lassen. Man kann unter diese Zahl wohl nur das Haarhygrometer, das Fischbeinhygrometer, *Leslie's* Hygrometer (oder wenigstens nach demselben Grundsatze eingerichtete hygrometrische Verfahren), und das von *Daniell* zuerst angegebene, von *Körner*, *Döbereiner* etc. vereinfachte Instrument zählen; ja von den zwei ersteren ist es noch bei weitem nicht ausgemacht, ob sie mit Recht in diese Classe gesetzt werden. Besonders gilt dieses vom Fischbeinhygrometer, das überhaupt von den Naturforschern weniger studirt wurde, als das Haarhygrometer. Seine Anzeigen sind weniger auf einen wissenschaftlichen Sinn gebracht, auch ist die Verfertigung desselben und die Zubereitung und Auswahl des hygroscopischen Körpers mehreren Schwierigkeiten un-

terworfen, als bei *Saussure's* vielfach geprüftem Instrumente.

3. Über den Werth eines physikalischen Instrumentes kann man nur aus Versuchen sprechen. Selbst wenn man verschiedene Verfahrungsweisen, die zu demselben Ziele führen sollen, aus theoretischen Gründen für gleich richtig erkennt, so ist es doch räthlich, die durch sie erhaltenen Resultate mit einander zu vergleichen, und aus dem Grade ihrer Übereinstimmung, und der Leichtigkeit, womit man sie erlangt, über ihren Werth zu urtheilen. Das Verfahren, welches man bei *Daniell's* oder *Körner's* Hygrometer (Schwefelätherhygrometer) anwendete, führt, unseren theoretischen Ansichten gemäſs, zur Kenntniſs der Spannkraft des in einer Luftmasse enthaltenen Wasserdunstes; die Beobachtung des Unterschiedes im Stande zweier Thermometer, die derselben Temperatur ausgesetzt sind, wovon aber eines eine mit Wasser benetzte, das andere eine trockene Kugel hat, oder was dasselbe ist, die Anzeigen eines *Leslie*'schen Hygrometers führen zu demselben Ziele. Allein letztere leisten dieses nur mittelst einer Rechnung, der noch weitere empirische Daten zum Grunde liegen. Es ist daher nothwendig, die Resultate dieser zwei Verfahrungsarten mit einander und mit einem Haarhygrometer zu vergleichen, wenn man über ihren relativen Werth urtheilen will. Der um die Astronomie hochverdiente österreichische Gelehrte, Herr Ritter von *Bürg*, hatte die Güte, mir seine Beobachtungen und Berechnungen mitzutheilen, die sich auf diesen Gegenstand beziehen, und eine Vergleichung der oben genannten Bestimmungsarten des hygrometrischen Zustandes der Luft möglich machen. Die Tabelle, welche die Resultate seiner Beobachtungen und Rechnungen enthält, folgt hier. Es bedeuten

T Temperatur der Luft, t die einer befeuchteten Kugel, τ jene einer bethauten »	Reaumur.

T', t', τ' die gleichnamigen Temperaturen am *Fahrenheit*'schen Thermometer, $\delta = T' - t'$.

b Barometerhöhe in englischen Zollen.

F gröſste Expansivkraft der Dünste im Mittel nach *Biot* und *Kämtz* in englischen Zollen.

f und f' berechnete Expansivkräſte der Dünste in der Luft.

φ berechnete Expansivkraft der Dünste für den Bethauungspunct.

φ' Expansivkraft der Dünste nach *Biot* und *Kämtz* für den beobachteten Bethauungspunct τ.

Jahr 1827.	T	t	τ	b	F	f
23. Juli.	15.58	13.37	11.46	27.941	0.6477	0.5065
24. »	15.64	11.76	8.35	27.965	0.6505	0.4048
25. »	16.08	12.44	9.85	27.959	0.6720	0.4412
26. »	17.20	14.03	11.85	27.976	0 7305	0.5290
27. »	17.01	14.72	13.10	27.979	0.7200	0.5738
28. »	17.11	12.40	8.88	28.098	0.7256	0.4286
29. »	18.31	12.60	8 45	28.023	0.7930	0.4348
30. »	18.20	13.97	10.76	27.949	0.7865	0.5190
31. »	17.89	14.04	11.45	28.015	0.7686	0.5248
1. August.	17.61	14.36	12.07	28.047	0.7532	0.5467
2. »	18.15	15.06	13.08	27.916	0.7836	0.5871
3. »	17.56	15.00	13.64	27.920	0.7504	0.5871
4. »	17.97	15.82	14.15	27.872	0.7730	0.6379
5. »	17.01	14.96	13.81	27.957	0.7200	0.5889
6. »	16.15	14.05	12.83	27.904	0.6756	0.5414
7. »	15.69	10.82	7.39	27.956	0.6529	0.3460
8. »	15.55	11.62	8.62	27.963	0.6462	0.3974
9. »	15.98	12.99	11.00	27 883	0.6669	0.4763
10. »	16.18	12.24	9.50	27.773	0.6772	0.4286
11. »	15.55	13.03	11.25	27.652	0.6462	0.4854
12. »	14.62	11.11	8.43	27.660	0.6006	0.3798
13. »	12.67	10.05	7.00	27.756	0.5200	0.3541
14. »	13.03	9.93	7.33	27 839	0.5341	0.3368
15. »	14.72	12.44	10.47	27.754	0.6071	0.4614
16. »	16.08	12.63	9.35	27.712	0.6720	0.4531

P' Gewicht der Dünste in einem Kubikfuſse Luft bei der Temperatur τ.

P Gewicht der Dünste in einem Kubikfuſse Luft bei der Temperatur T.

H der beobachtete Grad an einem Haarhygrometer von *Huck*.

$$f = F + 5.586\,(1 - \sqrt{1 + 0.0103\,\delta}),\quad f' = F - \frac{b\,\delta}{1080 - 3\delta},$$

$$\varphi = \frac{f + f'}{2\,(1 + 0.002086\,(T' - \tau'))},$$

$$P' = \frac{(\varphi + \varphi')\,11.8437}{2\,(1 + 0.002086\,(\tau - 32))}.\quad P = \frac{P'}{1 + 0.002086\,(T' - \tau')}.$$

f'	φ	φ'	P	H	Die Beobachtungen schienen
0.5173	0.5022	0.4741	5.383	86.7	zuverläſsig.
0.4188	0 3982	0.3728	4.248	70.5	ganz zuverläſsig.
0.4550	0.4353	0.4188	4.696	73.5	ziemlich zuverläſsig.
0.5421	0.5225	0.4884	5.533	79.5	gut.
0.5846	0.5688	0.5371	6.058	87	gut.
0.4415	0.4189	0.3884	4.419	69.3	ziemlich genau.
0.4472	0.4215	0.3758	4.340	63.6	unbezweifelt genau.
0.5355	0.5085	0.4494	5.218	72.8	nicht ganz verläſslich.
0.5384	0.5161	0.4742	5.403	72.5	nicht schlecht.
0.5594	0.5390	0.4966	5.657	79.1	vollkommen verläſslich
0.6004	0 5799	0.5362	6.082	81.5	sehr genau.
0.5991	0.5824	0.5597	6.241	86	sehr genau.
0.6464	0.6308	0.5815	6 613	88.7	genau.
0.5991	0.5852	0.5668	6.312	91.3	gut.
0.5520	0.5384	0.5263	5.857	90.0	sehr genau.
0.3603	0.3399	0.3459	3.778	67.1	gut.
0.4126	0.3922	0.3808	4.261	68.7	gut, jedoch H zweifelh.
0.4898	0.4721	0.4575	5 115	80	gut.
0.4436	0.4228	0.4078	4.566	75	genau.
0.4987	0.4823	0.4666	5.232	85.4	genau.
0.3957	0.3768	0.3752	4.163	72	nicht ganz zuverläſsig.
0.3667	0.3511	0.3353	3.833	73.7	etwas zweifelhaft.
0.3506	0.3347	0.3433	3.786	75	genau.
0.4734	0.4583	0.4395	4.968	83.3	etwas ungewiſs.
0.4685	0.4467	0.4031	4.673	75.6	gut.

Jahr 1827.	T	t	τ	b	F	f
17. August.	16.05	13.52	11.46	27.863	0.6705	0.5091
18. »	14.12	12.31	10.93	28.065	0.5802	0.4640
19. »	17.31	14 95	12.84	27.820	0.7366	0.5859
20. »	16.87	13.87	11.54	27.925	0.7128	0.5219
21. »	15.68	13.67	12.79	27.807	0.6525	0.5239
22. »	15.44	12.48	9.56	27.702	0.6409	0.4525
23. »	13.80	11.45	8.84	27.800	0.5664	0.4169
24. »	12.96	8.87	4.68	27.873	0.5313	0.2727
25. »	13.47	10.38	7.83	27.659	0.5526	0.3568
26. »	10.04	7.33	4.33	27.628	0.4250	0.2522
27. »	10.80	7.64	4.26	27.674	0.4507	0.2498
28. »	11.21	8.45	5.83	27.817	0.4651	0.3802
29. »	10.70	6.71	2.29	27.860	0.4473	0.1947
30. »	10.52	6.87	2.54	27.924	0.4412	0.2098
31. »	10.39	7.72	3.67	28.056	0.4368	0.2665
1. Septemb	10.73	8.56	6 00	28.153	0.4483	0.3096
2. »	11.20	9.09	6.46	28.088	0.4648	0.3298
3. »	11.28	9.57	7.62	28.000	0.4677	0.3580
4. »	11.30	9.80	7.96	27.914	0.4684	0.3720
5. »	11.76	9.84	7.69	27.902	0.4852	0.3623
6. »	12.05	10.02	8.04	27.924	0.4958	0.3650
7. »	12.32	10.46	8.02	27.951	0.5064	0.3871
8. »	12.10	9.95	7.74	27 879	0.4978	0.3603
9. »	11.94	9.09	6.08	27.952	0.4917	0.3097
10. »	11.46	7 97	4.35	28.118	0.4742	0.2527
11. »	11.72	9.47	7.08	28.106	0.4837	0.3400
14. »	12.42	10.22	7.83	27.841	0.5103	0.3697
15. »	12.22	9.58	6.74	27.938	0 5025	0.3342
16. »	11.55	9.49	7.42	27.935	0.4775	0.3465
17. »	11.67	9 48	7 00	27.996	0.4819	0.3418
19. »	11.67	9 05	6.50	27.752	0.4819	0.3172
20. »	9.80	7.32	4 62	27.624	0.4173	0.2590
21. »	8 19	5.89	2.72	27.663	0.3679	0.2208
22. »	9.69	7.47	4.48	27.748	0.4138	0.2721
23. »	10.25	8.37	6.21	27.810	0.4321	0.3117
24. »	10.87	9.04	6.75	27.840	0.4531	0.3358
25. »	11.05	9.01	6.42	27.872	0.4593	0.3288
26. »	11.77	9.93	7 71	27 849	0.4855	0.3671
27. »	11.93	10.12	7.92	27.859	0.4914	0.3755
28. »	12.00	10.56	9.28	27.879	0.4939	0.4016
29. »	12.52	10.83	9.01	27.719	0.5142	0.4059
30. »	12.03	9.47	6.69	27.728	0.4951	0.3318
1. October.	11.64	9.10	6.43	27.831	0.4808	0.3189

f'	φ	φ'	P	H	Die Beobachtungen schienen
0.5213	0.5043	0.4742	5.383	85	genau.
0.4733	0.4617	0.4561	5.089	90	vollkommen zuverläfs.
0.5978	0.5631	0.5267	5.974	85.8	genau.
0.5349	0.5155	0.4771	5.441	82.5	genau.
0.5346	0.5222	0.5247	5.770	91.0	etwas ungewifs.
0.4669	0.4473	0.4097	4.727	82.7	genau.
0.4282	0.4129	0.3873	4.446	86.0	genau.
0.2876	0.2697	0.2793	3.062	68.0	sehr genau.
0.3711	0.3546	0.3579	3.965	75.4	genau.
0.2663	0.2525	0.2717	2.963	78.6	etwas zweifelhaft.
0.2650	0.2498	0.2702	2.930	73.5	genau.
0.3024	0.2885	0.3059	3.342	78	vollkommen genau.
0.2097	0.1945	0.2308	2.397	65	gut.
0.2240	0.2091	0.2353	2.508	67	weniger genau.
0.2780	0.2639	0.2578	2.944	78	vollkommen genau.
0.3194	0.3077	0.3099	3.480	84	zweifelhaft.
0.3396	0.3282	0.3216	3.654	86.7	nicht schlecht.
0.3668	0.3562	0.3522	4.009	89	gut.
0.3800	0.3702	0.3615	4.122	91.7	unbezweifelt gut.
0.3722	0.3604	0.3541	4.086	87.7	unbezweifelt gut.
0.3761	0.3637	0.3638	4.075	89	unbezweifelt gut.
0.3968	0.3849	0.3749	4.245	91	vollkommen zuverläfs.
0.3712	0.3570	0.3555	3.974	87.5	gut.
0.3228	0.3078	0.3119	3.472	79.2	unbezweifelt gut.
0.2646	0.2503	0.2721	2.934	73.6	etwas ungewifs.
0.3501	0.3331	0.3375	3.719	84.3	etwas zweifelhaft.
0.3809	0.3674	0.3579	4.056	88	ganz zuverläfsig.
0.3463	0.3317	0.3287	3.696	81.9	gut.
0.3562	0.3447	0.3468	3.826	87.4	unbezweifelt gut.
0.3523	0.3396	0.3353	3.787	85.5	etwas ungewifs.
0.3280	0.3150	0.3226	3.577	83.8	unbezweifelt genau.
0.2723	0.2593	0.2780	3.040	84	weniger genau.
0.2333	0.2214	0.2389	2.625	81.5	ganz zuverläfsig.
0.2838	0.2713	0.2750	3.093	84.2	gut.
0.3219	0.3109	0.3152	3.536	88.8	unbezweifelt gut.
0.3457	0.3343	0.3289	3.734	90	unbezweifelt gut.
0.3393	0.3269	0.3206	3.643	89	ebenfalls.
0.3775	0.3653	0.3547	4.038	92	gut.
0.3852	0.3722	0.3604	3.917	92	hinreichend genau.
0.4095	0.4005	0.4008	4.519	94.8	gut.
0.4156	0.4041	0.3923	4.451	93.2	etwas zweifelhaft.
0.3448	0.3300	0.3274	3.682	84.7	gut.
0.3313	0.3173	0.3208	3.580	83.3	nicht ganz zuverläfsig.

Alle Formeln, nach denen die Rechnungen angelegt wurden, sind aus *Anderson's* Aufsatze entnommen, den die Leser dieser Zeitschrift aus dem ersten Bande derselben S. 44 u. f. kennen. Um Jeden in den Stand zu setzen, die Genauigkeit der Angaben, die der Rechnung zum Grunde gelegt wurden, beurtheilen zu können, glaube ich Folgendes anführen zu müssen:

Jede der Temperaturen T und t ist an zwei Thermometern beobachtet, deren Scalen groſs genug sind, um $0^{\circ}.1$ R. mit Gewiſsheit angeben zu können; auch für die Temperatur τ brauchte Ritter von *Bürg* zwei Thermometer, an deren einem ebenfalls $0^{\circ}.1$ R. bemerkbar ist; jede Temperatur ist ferner das Mittel aus sechs Beobachtungen, wodurch die Angabe von Hunderttheilen eines Grades entstanden ist, deren Richtigkeit freilich nicht verbürgt werden kann, jedoch sind die Temperaturen T und t immer bis auf $0^{\circ}.1$ R. sicher.

A. Vergleichung des Schwefelätherhygrometers mit dem befeuchteten Thermometer.

4. Diese Tabelle enthält nun hinreichenden Stoff zur Vergleichung der oben genannten Hygrometer. Die Werthe von f und f' geben die Spannkraft der Dünste so, wie sie den Anzeigen entsprechen, welche ein befeuchtetes Thermometer in Vergleich mit einem trockenen lieferte. Die Werthe von f sind nach einer, die von f' nach der zweiten *Anderson*'schen Formel entwickelt. Beide Formeln führen sehr nahe zu einerlei Resultat, denn die gröſste Differenz zwischen zwei denselben Temperaturen entsprechenden Angaben derselben beträgt nicht mehr als 0.0165 Z. Diese Differenz könnte immer als innerhalb der Grenzen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler liegend angesehen werden, wenn

nicht alle Differenzen ohne Ausnahme dasselbe Zeichen hätten; ein Umstand, der macht, daſs man in den Formeln selbst eine kleine Abweichung suchen muſs.

5. Der Mittelwerth aus f und f', auf die Temperatur reducirt, welche beim Beschlagen eines nach *Körner* eingerichteten Hygrometers Statt hat, ist durch φ bezeichnet, und durch φ' die Expansivkraft der Dünste, wie sie durch das Schwefelätherhygrometer für die Temperatur des Bethauens direct gefunden wurde. Die anfänglichen Werthe von φ sind fast durchaus etwas kleiner als die von φ', später aber gibt bald φ, bald φ' den gröſseren Werth. Überhaupt ist bei den angeführten 68 Resultaten φ 46 Mal gröſser und 22 Mal kleiner als φ'. Die gröſste Differenz beträgt 0.0591;

6 liegen zwischen 0.04 und 0.05,
8 » » 0.03 » 0.04,
5 » » 0.02 » 0.03,
19 » » 0.01 » 0.02,
29 sind kleiner als 0.01.

Man sieht daher, daſs beide hygrometrische Verfahrungsarten nahe zu demselben Resultate führen.

6. Wenn es sich darum handelte, ob dem Schwefelätherhygrometer oder dem befeuchteten Thermometer der Vorzug gebühre, würde ich mich ohne Anstand für letzteres erklären, und zwar aus folgenden Gründen: Am befeuchteten Thermometer bedarf es einer bloſsen Beobachtung, keines erst anzustellenden Versuches, wenn das Factum ausgemittelt werden soll, das der Rechnung über den Feuchtigkeitszustand der Luft zum Grunde liegt; am Schwefelätherhygrometer ist hingegen ein Versuch nöthig. Der Stand eines befeuchteten Thermometers läſst sich, sobald nur zwischen der zur Verdünstung des Wassers verwendeten und von auſsen zuflieſsenden Wärme Gleichgewicht eingetreten

ist (das stets Statt findet, wenn die Kugel immer feucht erhalten wird), gemächlich und zu wiederholten Malen beobachten und mit Schärfe ausmitteln; die Temperatur des Bethauens am Schwefelätherhygrometer muſs mit einem Blick geschätzt werden.

Herr Ritter v. *Bürg* bemerkte in einem Schreiben an mich, daſs man im Auftröpfeln des Äthers nicht behutsam genug seyn könne. »Trifft man das rechte Maſs, so entsteht das Beschlagen erst dann, nachdem das Quecksilber in der Röhre schon zum Stillstande gekommen ist; sinkt hingegen das Quecksilber noch ferner, wenn das Schälchen (an *Körner's* Hygrometer) schon beschlagen ist, so bin ich sehr geneigt, die Beobachtung für unbrauchbar zu halten. Es scheint mir nicht, daſs man sich in einem solchen Falle dadurch helfen kann, wenn man Acht hat, bei welcher Temperatur der Beschlag wieder verschwindet; dazu wird nach meiner Meinung eine um so höhere Temperatur nöthig seyn, je reichlicher das Schälchen bethaut war, also je tiefer das Quecksilber vorher unter den wirklichen Bethauungspunct sank.« Von der Richtigkeit dieser Bemerkungen kann man sich überzeugen, wenn man das *Körner*'sche Hygrometer in kurzen Zwischenzeiten hinter einander beobachtet, wo sich die Luftfeuchtigkeit nicht geändert haben kann, und dabei bald reichlicher, bald sparsamer Schwefeläther zutröpfelt. Es ist demnach auch schwerer, mittelst des Schwefelätherhygrometers ein genaues Resultat zu erlangen, als mittelst eines befeuchteten Thermometers.

7. Man kann leicht aus theoretischen Gründen einsehen, daſs zwischen den Anzeigen eines befeuchteten Thermometers und den eines Schwefelätherhygrometers ein gewisses Verhältniſs Statt finden muſs. Dieses hat *Meikle* auf ganz theoretischem, *August* aber sowohl auf

theoretischem, als auf dem Wege der Erfahrung nachzuweisen gesucht. *Meikle* leitet aus *Yvory's* Berechnungen die Formel

$$\tau = T - \frac{\delta(\delta + 55)}{t + 18}$$

ab, in welcher τ die Temperatur des Bethauungspunctes eines Schwefelätherhygrometers nach der hunderttheiligen Scale, T die bestehende Lufttemperatur, t die Temperatur der befeuchteten Thermometerkugel bedeutet, und $\delta = T - t$ ist. Reducirt man sie auf die 80theilige Scale, so erhält man:

$$\tau = T - \frac{\delta(\delta + 44)}{t + 14.4}.$$

Nach *August* ist die Temperaturdifferenz zwischen einem trockenen und befeuchteten Thermometer, wenn beide stationär geworden sind, halb so grofs als die zwischen einem bethauten Schwefelätherhygrometer und einem der Luft ausgesetzten Thermometer, oder es ist

$$T - \tau = 2\delta, \quad \text{mithin} \quad \tau = T - 2\delta.$$

In der folgenden Tabelle sind die Werthe, wie sie sich für den Bethauungspunct aus diesen Formeln ergeben, mit den beobachteten zusammengestellt, und ihre Differenz beigesetzt.

Beobachtungstag.	Bethauungspunct		Differenz.	Berechneter Bethauungspunct nach *August*	Differenz.
	beobachteter.	berechneter nach *Meikle*.			
23. Juli.	11.46	11.90	—0.44	11.16	—0.30
24. »	8.35	8.54	—0.19	7.88	—0.47
25. »	9.85	9.62	0.23	8.80	—1.05
26. »	11.85	11.89	—0.04	10.86	—0.99
27. »	13.10	13.37	—0.27	12.43	—0.67

Beobachtungstag.	Bethauungspunct beobachteter.	Bethauungspunct berechneter nach *Meikle.*	Differenz.	Berechneter Bethauungspunct nach *August.*	Differenz.
28. Juli.	8.88	8.55	0.33	7.69	1.19
29. »	8.45	7.80	0.65	6.89	1.56
30. »	10.76	10.95	—0.19	9.74	1.02
31. »	11.46	11.41	0.05	10.19	1.27
1. Aug.	12.07	12.27	—0.20	11.11	0.96
2. »	13.08	13.21	—0.13	11.97	1.11
3. »	13.64	13.51	0.13	12.44	1.20
4. »	14.15	13.69	0.46	13.67	0.48
5. »	13.81	13.80	0.01	12.91	0.90
6. »	12.83	12.75	0.08	11.95	0.88
7. »	7.39	6.26	1.13	5.95	1.44
8. »	8.62	8.31	0.31	7.69	0.93
9. »	11.00	10.85	0.15	10.00	1.00
10. »	9.50	9.09	0.41	8.30	1.20
11. »	11.25	11.28	—0.03	10.51	0.74
12. »	8.43	8.08	0.35	7.62	0.81
13. »	7.00	7.68	—0.68	7.43	—0.43
14. »	7.33	7.03	0.30	6.83	0.50
15. »	10.47	10.88	—0.41	10.16	0.31
16. »	9.35	10.02	—0.67	9.18	0.17
17. »	11.46	11.83	—0.37	10.99	0.47
18. »	10.93	11.02	—1.09	10.50	0.43
19. »	12.84	10.79	2.05	10.59	2.25
20. »	11.54	11.88	—0.34	10.87	0.67
21. »	12.79	12.39	0.40	11.66	1.13
22. »	9.56	10.64	—1.08	9.52	0.04
23. »	8.84	9.59	—0.75	9.10	—0.26
24. »	4.68	4.51	0.17	4.78	—0.10
25. »	7.83	7.60	0.23	7.29	0.54
26. »	4.33	4.22	0.11	4.62	—0.29
27. »	4.26	4.13	0.13	6.48	—0.22
28. »	5.83	5.56	0.27	5.69	—0.14
29. »	2.29	1.63	0.66	2.72	—0.43
30. »	2.54	2.34	0.20	3.32	—0.78
31. »	3.67	4.76	—1.09	5.05	—1.38

Beobachtungstag.	Bethauungspunct beobachteter.	Bethauungspunct berechneter nach *Meikle*.	Differenz.	Berechneter Bethauungspunct nach *August*.	Differenz.
1. Sept.	6.00	6.37	—0.37	6.39	—0.39
2. »	6.46	7.06	1.40	6.98	—0.52
3. »	7.62	8.02	—0.40	7.86	—0.24
4. »	7.96	8.48	—0.52	8.30	—0.34
5. »	7.69	8.12	—0.43	7.92	—0.23
6. »	8.04	8.23	—0.19	7.99	0.05
7. »	8.02	8.85	—0.83	8.60	—0.58
8. »	7.74	8.03	—0.29	7.80	—0.06
9. »	6.08	6.30	—0.22	8.24	—2.16
10. »	4.35	4.05	0.30	5.76	—1.41
11. »	7.08	7.36	—0.28	7.22	—0.14
14. »	7.83	8.29	—0.46	8.02	—0.19
15. »	6.74	7.09	—0.35	6.94	—0.20
16. »	7.42	7.58	—0.16	7.43	—0.01
17. »	7.00	7.43	—0.43	7.29	—0.29
19. »	6.50	6.46	0.04	6.43	0.07
20. »	4.62	4.49	0.13	4.84	—0.22
21. »	2.72	2.92	0.20	3.59	—0.87
22. »	4.48	5.00	—0.52	5.25	—0.77
23. »	6.21	6.46	—0.25	6.49	—0.28
24. »	6.75	7.29	—0.54	7.21	—0.54
25. »	6.42	7.04	—0.62	6.97	—0.55
26. »	7.71	8.30	—0.59	6.09	0.62
27. »	7.92	8.55	—0.63	8.31	—0.39
28. »	9.28	9.38	—0.10	9.12	0.16
29. »	9.01	9.46	—0.45	9.14	—0.03
30. »	6.69	7.04	—0.35	6.91	—0.22
1. Oct.	6.43	5.61	0.82	6.56	—0.13

Man sieht hieraus, daſs die *Meikle*'sche Formel der Wahrheit näher kommt, als die *August*'sche; es muſs aber bemerkt werden, daſs *August* selbst seine Regel als bloſse Annäherung angibt.

8. Die hier gemachte Vergleichung zwischen dem Bethauungspuncte eines Schwefelätherhygrometers und dem Stande eines befeuchteten, der Luft ausgesetzten Thermometers schien mir darum nicht ohne Interesse zu seyn, weil man selbst in dem Falle, wo man sich des befeuchteten Thermometers bedient, doch auch jene Fragen zu beantworten im Stande ist, welche sich aus der Kenntniſs des Bethauungspunctes ergeben, ohne ein Schwefelätherhygrometer beobachten zu müssen. So z. B. kann an windstillen Tagen die Temperatur der Luft nicht unter den Bethauungspunct sinken, weil selbst beim Einwirken einer erkaltenden Ursache es höchstens so weit kommen kann, daſs die Dünste in tropfbaren Zustand übergehen, und sich dadurch eine Quelle der Erwärmung eröffnet, die der erkältenden Ursache das Gleichgewicht hält. Wenn man daher an einem ruhigen Abende wissen wollte, wie weit die Temperatur der Luft während der Nacht sinken kann, so müſste man eigentlich den Bethauungspunct mittelst eines Schwefelätherhygrometers finden. Kennt man aber obige Formeln, deren Annehmbarkeit die vorausgehende Tabelle darthut, so kann man auch mittelst eines befeuchteten Thermometers zum Ziele gelangen.

B. Vergleichung des Haarhygrometers mit dem befeuchteten Thermometer.

9. Die Anzeigen des Haarhygrometers lassen sich mit den Ergebnissen aus dem Stande eines befeuchteten und trockenen Thermometers dadurch am besten vergleichen, daſs man nach beiden die relative Spannkraft der Dünste berechnet. Bekanntlich hat *Gay-Lussac* die jedem Grade des Haarhygrometers entsprechende relative Spannkraft des Wasserdunstes in der Luft durch directe Versuche gefunden, aber seine Angaben beziehen sich

nur auf die Temperatur von 10° C. = 8° R., während die *Bürg*'schen Beobachtungen ohne Ausnahme bei höheren Temperaturen angestellt wurden. Um nun mittelst der *Gay-Lussac*'schen Tabelle und der *Bürg*'schen Beobachtungen des Haarhygrometers die relative Spannkraft der Dünste in der Luft zu bestimmen, verfuhr ich so: Zuerst suchte ich den Grad, auf den das Hygrometer weisen würde, wenn die Temperatur ohne Änderung der als Dunst in der Luft vorhandenen Wassermenge auf 10° C. herabsänke. Die zweite Spalte der folgenden Tabelle enthält diese Hygrometergrade. Zu ihrer Bestimmung bediente ich mich der *Saussure*'schen, von Dr. *Winkler* in Leipzig sehr zweckmäſsig eingerichteten und erweiterten Tabelle (Tafel, um Hygrometerstände etc. auf jede beliebige Normal-Temperatur zu reduciren, Leipzig 1826). In einigen Fällen hätte das Hygrometer den hundertsten Grad überschreiten müssen, welches der Natur des Instrumentes entgegen ist; darum sind auch einige Felder dieser Spalte leer geblieben. Aus diesen Hygrometergraden suchte ich nach *Gay-Lussac's* Tabelle die relative Expansivkraft des Wasserdunstes, und schloſs hierauf so weiter: Gesetzt, es sey die gefundene relative Spannkraft $= h$, und e die Expansivkraft des in der Luft vorhandenen Wasserdunstes, E hingegen die gröſste Expansivkraft, welche bei 8° R. bestehen kann, so ist

$$h = \frac{100 \cdot e}{E}.$$

Steigt nun die Temperatur auf t^0 R., ohne daſs neuer Dunst sich bildet, oder der bereits gebildete vermindert wird, so geht e über in $\frac{e(1 + 0.00468 \cdot t)}{1 + 0.00468 \times 8}$, oder nahe in $e\left(1 + 0.00468\,(t - 8)\right)$; und E geht über in E'.

d. h. in die gröfste Expansivkraft, welche der Temperatur t entspricht.

Heifst nun h' die relative Spannkraft der Dünste in der Luft bei t^0 R., so ist

$$h' = \frac{100\,e\,(1 + 0.00468\,(t-8))}{E'};$$

oder, wenn man statt e den Werth aus der vorhergehenden Gleichung setzt:

$$h' = \frac{h\,E}{E'}\,(1 + 0.00468\,(t-8)).$$

Nach dieser Formel ist die dritte Spalte der folgenden Tafel berechnet.

Endlich suchte ich aus der *Bürg*'schen Tabelle die relative Spannkraft des Wasserdunstes, d. i. den Werth von $\frac{f + f'}{2\,F}\,.\,100$, und diese gibt die vierte Spalte an. Die letzte endlich weiset die Differenzen nach, welche zwischen den auf den genannten Wegen gefundenen Spannkräften Statt finden.

Hier folgt die Tabelle:

Beobachtungstag.	Haarhygrometer bei 8° R.	Spannkraft des Dunstes nach dem Haarhygrometer.	Spannkraft des Dunstes nach der *Bürg*'schen Tabelle.	Differenz.
23. Juli.	—	—	79.0	—
24. »	88.4	43.9	63.3	19.4
25. »	94.0	48.8	66.7	17.9
26. »	—	—	73.3	—
27. »	—	—	80.4	—
28. »	85.4	36.7	60	23.3
29. »	98.3	46.1	55.5	9.4
30. »	97.5	45.7	67.1	21.4
31. »	98.7	49.0	67.9	18.9
1. Aug.	—	—	73.4	—

Beobachtungstag	Haarhygrometer bei 8° R.	Spannkraft des Dunstes nach dem Haarhygrometer.	nach der Bürg'schen Tabelle.	Differenz.
2. Aug.	—	—	75.0	—
3. »	—	—	79.0	—
4. »	—	—	83.1	—
5. »	—	—	82 5	—
6. »	—	—	79.7	—
7. »	83.7	36.6	54.1	17.5
8. »	88.3	43.9	61.9	18.0
9. »	99.8	56.2	71.9	15.7
10. »	96.4	51.3	64.4	13.1
11. »	—	—	75.0	—
12. »	87.6	45.5	64.6	13.1
13, »	82.0	46.0	69.3	23.3
14. »	87.2	51.2	64.3	13.1
15. »	99.8	61.4	77.0	15.6
16. »	97	52.3	68.6	16.3
17. »	—	—	76.8	—
18. »	—	—	80.8	—
19. »	—	—	80.3	—
20. »	—	—	74.2	—
21. »	—	—	81.2	—
22. »	—	—	71.7	—
23. »	99.9	65.6	74.6	9.0
24. »	78.1	39.9	52.7	12.8
25. »	89.1	31.8	65.7	33.9
26. »	83.6	32.5	60.9	28.4
27. »	79.7	49.3	57.5	8.2
28. »	86	56.4	63.6	7.2
29. »	70.4	39.2	45.2	6.0
30. »	71.8	41.0	49.1	8.1
31. »	83.9	56.8	61.9	5.1
1. Sept.	91.6	67.7	70.1	2.4
2. »	96.0	72.0	70.2	— 1.8
3. »	97.9	74.1	77.5	2.4
4. »	99.3	77.6	80.3	2.7
5. »	97.9	73.6	75.8	2.2

Beobachtungstag.	Haarhygrometer bei 8° R.	Spannkraft des Dunstes nach dem Haarhygrometer.	Spannkraft des Dunstes nach der *Bürg*'schen Tabelle.	Differenz.
6. Sept.	99.1	72.6	74.7	2.1
7. »	—	—	77.4	—
8. »	98.4	71.2	73.5	2.3
9. »	89.5	71.8	64.2	2.4
10. »	81.4	49.2	54.5	5.3
11. »	94.9	67.8	71.3	3.5
14. »	99.1	70.9	73.5	2.6
15. »	93.6	63.4	67.7	4.6
16. »	97.4	72.8	73.7	0.9
17. »	96.1	70.1	72.0	1.9
19. »	94.2	67.1	66.9	— 0.2
20. »	88.9	67.5	63.7	3.8
21. »	84.6	67.9	61.7	— 6.2
22. »	88.8	67.5	67.2	0.3
23. »	95.4	76.2	73.3	— 2.9
24. »	97.8	77.2	75.2	— 2.0
25. »	97.5	75.5	72.7	— 3.8
26. »	—	—	76.1	—
27. »	—	—	77.4	—
28. »	—	—	82.1	—
29. »	—	—	79.9	—
30. »	94.9	66.4	68.3	1.9
1. Oct.	93.5	66.1	67.6	1.5

10. Aus dieser Tabelle ersicht man, daſs zwischen den Spannkräften der Wasserdünste in der Luft, so wie sie aus dem Stande eines befeuchteten Thermometers und des Haarhygrometers berechnet werden, bedeutende Differenzen Statt finden. Da die Expansivkräfte, welche man mittelst des Schwefelätherhygrometers erhält, mit denen, welche sich aus der Differenz zwischen dem Stande eines trockenen und eines befeuchteten Thermometers ergeben, sehr wohl mit einander übereinstimmen, so muſs

man wohl die Ursache der genannten Abweichungen zwischen diesen Angaben und den eines Haarhygrometers auf den unrichtigen Stand des letzteren schieben. Die gröfste Differenz zwischen den Werthen von φ und φ' in der *Bürg*'schen Tabelle, die selbst unter 68 Beobachtungen nur ein Mal vorkommt, und aus Beobachtungen deducirt wurde, die Ritter v. *Bürg* selbst als *nicht ganz verläfslich* angibt, beläuft sich nur auf 0.0591. Sie fand am 30. Juli Statt. Berechnet man für diesen Tag die relative Spannkraft, wie sie sich aus dem Schwefelätherhygrometer ergibt, so findet man sie = 59.2. Aus dem Stande des feuchten Thermometers ergibt sich für diesen Tag eine Spannkraft von 67.1, mithin beläuft sich für diesen ungünstigen Fall die Differenz auf 7.9, während viele Differenzen, wie sie die letzte Spalte obiger Tafel angibt, über 20 steigen. Merkwürdig ist es, dafs das Haarhygrometer nur in den ersten Beobachtungstagen gar so grofse Differenzen gibt, und dafs sie vom ersten September angefangen so klein werden, dafs man für diese Beobachtungen den beiden in der Tabelle verglichenen Methoden, die Feuchtigkeit zu bestimmen, beinahe gleichen Werth zuerkennen mufs. Ob dieses daher rührt, dafs in den ersteren Beobachtungstagen die Temperatur bedeutend höher war, als in den letzteren, oder ob das Haarhygrometer erst mit der Zeit den nöthigen Grad von Empfindlichkeit angenommen hatte, kann ich nicht entscheiden. Ersteres ist mir aber unwahrscheinlich, weil die Temperatur zwischen dem 7ten und 11. August fast so hoch stand, wie beim Beginne der Beobachtungen, und doch die Differenzen weit kleiner sind, als im Anfange; letzteres liefse sich aber mit den von *Saussure* selbst gemachten Beobachtungen vereinigen, nach welchen ein Hygrometer, das sich längere Zeit in trockener Luft befand, unter denselben Umständen doch hinter

einem anderen sonst mit ihm übereinstimmenden zurückbleibt, das vorher in feuchterer Luft war (Hygrometrie, S. 80); allein bleibt es immer räthselhaft, daſs das Instrument so lange gebraucht haben sollte, um den gehörigen Grad von Empfindlichkeit wieder zu erlangen. Auch der Umstand verdient hervorgehoben zu werden, und scheint für die letztere Ursache zu sprechen, daſs in den Fällen, wo groſse Differenzen Statt fanden, das Haarhygrometer zu groſse Trockenheit anzeigte. Es geschieht oft, daſs sich bei Haarhygrometern der Punct der gröſsten Feuchtigkeit dem Puncte der gröſsten Trockenheit an der Scale nähert, doch ist dieses nicht immer der Fall. Der Freiherr von *Jacquin* besitzt ein Haarhygrometer schon vierzig Jahre lang, wozu das Haar *Saussure* selbst zubereitet hatte, das in Genf unter seiner Leitung verfertigt, und mit seinem Probeinstrumente übereinstimmend gefunden wurde. Bringt man dieses in die Lage, wo der Zeiger auf 100 weisen sollte, so rückt er über 100 hinaus. Es findet also das Gegentheil von dem Statt, was ich an vielen von mir selbst verfertigten Haarhygrometern oft wahrnahm.

C. Vergleichung des Haarhygrometers mit dem Schwefelätherhygrometer.

11. Wiewohl man aus dem Vorhergehenden schon abnehmen kann, daſs ein Haarhygrometer mit einem *Körner*'schen eben so wenig übereinstimmt, als mit den Angaben eines befeuchteten Thermometers, so mag doch der Vollständigkeit wegen noch eine besondere Vergleichung zwischen jenen beiden Instrumenten angestellt werden. Um diese Vergleichung anstellen zu können, betrat ich folgenden Weg: Der Unterschied zwischen der Lufttemperatur, und der Temperatur, bei welcher das Schwefelätherhygrometer beschlägt, gibt die Anzahl

der Wärmegrade an, um welche die Temperatur sinken müfste, bis der gröfste Grad der Feuchtigkeit eintritt. Die oben genannte Tabelle von *Winkler* enthält dieselbe Anzahl Wärmegrade nach dem Stande des Haarhygrometers. Folgende Tafel dient zur Vergleichung beider Hygrometer. Die zweite Spalte enthält den Temperaturunterschied $T-\tau$ nach der *Bürg*'schen Tabelle, die dritte gibt die Wärmegrade d nach *Saussure* an, um welche die Temperatur sinken müfste, um das Haarhygrometer auf 100° zu bringen. Die vierte Spalte enthält die Differenzen der zwei vorhergehenden.

Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.	Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.
23. Juli.	4.12	5.55	— 1.43	17. Aug.	4.59	6.18	1.59
24. »	7.29	12.59	5.30	18. »	3.19	4.38	1.18
25. »	6.23	11.09	4.86	19. »	4.47	5.88	1.41
26. »	5.35	8.36	3.01	20. »	5.33	7.14	1.81
27. »	3.91	5.44	1.53	21. »	2.89	4.03	1.14
28. »	8.23	13.21	4.98	22. »	5.88	7.06	1.18
29. »	9.86	16 35	6.49	23. »	4.96	5.81	0.85
30. »	7.44	11,43	3.99	24. »	8.28	13.90	5.62
31. »	6 43	11.58	5.15	25. »	5.64	10.18	4.54
1. Aug.	5.54	8.53	2.99	26. »	5.71	8.74	3.03
2. »	5.07	7.54	2.47	27. »	6.54	11.09	4.55
3. »	3 92	5.81	1.89	28. »	5.38	9.00	3 62
4. »	3.82	4.84	1.02	29. »	8.41	15.55	7.14
5. »	3.20	3.93	0.73	30. »	7.98	14.44	6.46
6. »	3.32	4.38	1.06	31. »	6.72	9.00	2.28
7. »	8.30	14.38	6.08	1. Sept.	4.73	6.56	1.83
8. »	6.93	12.53	5.60	2. »	4.74	5.55	0.81
9. »	4.68	8.15	3.47	3. »	3.66	4.73	1.27
10. »	6.68	10 37	3.69	4. »	3.34	3.80	0.46
11. »	4.30	6.03	1.73	5. »	4.07	5.19	1.12
12. »	6.19	11.83	5.64	6. »	4.01	4.73	0.72
13. »	5.67	11.99	6.32	7. »	4.30	4.03	— 0.27
14. »	5.70	10.37	5.67	8. »	4.36	5.26	0.90
15. »	4.25	6.83	1.57	9. »	5.86	8.49	2.63
16. »	6.73	10.09	3.36	10. »	7.11	11.04	3.93

Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.	Beobachtungstag.	$T-\tau$	d	Differenz.
11. Sept.	4.64	6.57	1.83	24. Sept.	4.12	4.38	0.26
14. »	4.59	5.08	0.49	25. »	4.63	4.73	0.10
15. »	5.48	7.38	1.90	26. »	4.06	4.69	0.63
16. »	4.13	5.30	1.17	27. »	4.01	3.69	— 0.32
17. »	4.67	6.00	1.33	28. »	2.72	2.76	0.04
19. »	5.17	6.64	— 1.47	29. »	3.51	3.29	— 0.22
20. »	5.18	6.56	— 1.38	30. »	5.34	6.30	0.96
21. »	5.47	7.54	2.07	1. Oct.	5.21	6.83	0.62
22. »	5.21	6.48	1.27				
23. »	4.04	4.80	0.76				

Aus dieser Tabelle läſst sich für den Gang des Haarhygrometers dasselbe abnehmen, was über ihn vorhin gesagt wurde. Anfangs weicht es vom Schwefelätherhygrometer sehr stark ab, in den letzteren Beobachtungstagen stimmen beide hinreichend mit einander überein, so daſs man wohl nicht umhin kann, die Abweichung des Haarhygrometers vom Schwefelätherhygrometer und einem befeuchteten Thermometer auf Rechnung eines unrichtigen Ganges des ersteren zu setzen.

12. Der Grad, auf welchen der Zeiger eines Haarhygrometers weiset, hat für sich noch keine *bestimmte* hygroskopische Bedeutung, er ist nur eine Gröſse, aus der sich mit Hülfe der Lufttemperatur die Spannkraft der Wasserdünste in der Luft und ihr Abstand von ihrem Maximum berechnen läſst. Dasselbe ist auch mit den Angaben eines Schwefelätherhygrometers und mit dem eines befeuchteten Thermometers der Fall; auch diese geben mittelst der beobachteten Lufttemperatur die Spannkraft des Wasserdunstes in der Luft an. Es trifft demnach der Vorwurf, welchen man den zuletzt genannten Hygrometern oft macht, daſs man aus ihren Anzeigen nicht den Feuchtigkeitszustand der Luft un-

mittelbar abnehmen kann, auch das Haarhygrometer, und man kann ihm demnach in dieser Hinsicht keinen Vorzug geben; um so mehr, da das Haarhygrometer eben so viel Rechnung fordert, als das *Körner*'sche, oder ein Thermometer mit befeuchteter Kugel, um aus seinem Stande die Expansivkraft des Wasserdunstes bestimmen zu können. Es muſs ersteres sogar nachstehen, wenn man auch von dem Einflusse der Zeit auf das Haar ganz absieht, weil es leichter ist, übereinstimmende Thermometer, mithin auch übereinstimmende *Körner*'sche Hygrometer zu verfertigen, als übereinstimmende Haarhygrometer. Ist ein Thermometer von der Hand eines guten Künstlers gekommen, und überdieſs gar noch nach *Bessels* vortrefflicher Methode berichtiget, so gibt es bei einer etwas groſsen Scale noch Zehntelgrade richtig an, und zwei solche Instrumente weichen nicht über $^1/_{10}{}^0$ von einander ab; Haarhygrometer konnte aber *Saussure* selbst, der keine Vorsicht versäumte, nur bis auf zwei Grade mit einander übereinstimmend machen (Hygrometrie, S. 80).

Aber ein anderer Umstand wird gewöhnlich als wesentlicher Vorzug eines Haarhygrometers angesehen, darin bestehend, daſs man, um den Feuchtigkeitsgrad zu erkennen, nicht erst nöthig hat, einen Versuch anzustellen, wie dieses bei dem Schwefelätherhygrometer der Fall ist, sondern nur den Stand des Zeigers zu beobachten braucht. Gegen dieses läſst sich wohl nichts einwenden, und man muſs gestehen, daſs von dieser Seite das Schwefelätherhygrometer dem Haarhygrometer offenbar nachstehet, nicht so aber *Leslie's* Hygrometer, oder das hygrometrische Verfahren mit einem befeuchteten Thermometer. Steht nämlich ein Gefäſs mit Wasser in der Nähe des Thermometers, das diesem mittelst Floretseide oder eines Streifens Musselin Flüssig-

keit zuführt, wie es von *August* angegeben wird; so braucht man, wenn man den Feuchtigkeitszustand der Luft erkennen will, nur den Stand dieses Thermometers mit dem eines trockenen zu vergleichen, mithin im Grunde auch nur eine Beobachtung zu machen, wie beim Haarhygrometer. Die weitere Rechnung, die den Feuchtigkeitszustand bestimmt angibt, ist für das nasse Thermometer beinahe einfacher als für das Haarhygrometer. Es werden aber hier beide als bekannt vorausgesetzt, da erstere der oft genannte Aufsatz von *Anderson*, letztere *Saussure's* Hygrometrie, oder *Winkler's* Tabelle enthält.

Endresultat.

13. Aus allen diesen Vergleichungen glaube ich die Schlüsse ziehen zu dürfen: 1) daſs man aus den Anzeigen des Haarhygrometers nicht mit hinreichender Sicherheit den Feuchtigkeitszustand der Luft abnehmen kann, indem auch ein ursprünglich gut adjustirtes Hygrometer dieser Art durch die Zeit und andere Umstände in seinem Gange gestört wird; 2) daſs ein Schwefelätherhygrometer mit den Anzeigen eines Thermometers mit befeuchteter Kugel hinreichend übereinstimme; 3) daſs letzteres Verfahren (mit dem befeuchteten Thermometer) vor ersterem (mit dem Schwefelätherhygrometer) wegen der gröſseren Leichtigkeit, Sicherheit und Schärfe der Beobachtung den Vorzug verdiene.

Da sich aus der Differenz zwischen einem trockenen und feuchten Thermometer nach zwei Formeln die Spannkraft der Wasserdünste in der Luft berechnen läſst, und beide nicht genau mit einander übereinstimmende Resultate geben, so frägt es sich: welche die gröſsere Sicherheit gewährt? Es ist kein Zweifel, daſs dieses bei der zweiten, nach welcher

$$f = F - \frac{b\,\delta}{1080 - 3\,\delta}$$

ist, Statt findet. Die erstere ist vom Luftdruck unabhängig dargestellt, der doch nach *Anderson's* und *Meikle's* Versuchen einen Einflufs auf den Werth von δ hat; gibt also nur dann ein richtiges Resultat, wenn ein Luftdruck Statt findet, wie der, bei welchem die numerischen Coefficienten, welche die Formel enthält, bestimmt wurden. Da Perth, wo *Anderson* die Coefficienten bestimmte, tiefer liegt, und daher einen gröfseren Luftdruck hat, als Wiesenau in Kärnthen, wo Ritter v. *Bürg* seine Beobachtungen anstellte, so mufsten auch die Werthe von f gröfser ausfallen, als die von f'.

Obige Formel, die für englisches Mafs und für *Fahrenheit*'sche Wärmegrade eingerichtet ist, läfst sich leicht für ein auf dem Continente gewöhnlicheres Mafs, z. B. für Pariser Zoll und für das hunderttheilige Thermometer adaptiren. Zu diesem Behufe hat man:

$$1 \text{ Par. Zoll} = 1.06578 \text{ Engl. Z.}$$
$$\delta^0\, C = \tfrac{9}{5}\, \delta^0\, F.$$

Die besprochene Formel heifst allgemein

$$f = F - \frac{b\,\delta}{30\left(A + \frac{B}{A}\,\delta\right)};$$

oder, wenn man $\frac{B}{A} = C$ setzt:

$$f = F - \frac{b\,\delta}{30\,(A + C\,\delta)},$$

wo f, F, b in englischen Zollen, δ in *Fahrenheit*'schen Graden ausgedrückt sind. Setzt man dafür französisches Mafs und Celsische Wärmegrade, so hat man:

$$f = F - \frac{b\,.\,\frac{9}{5}\,\delta}{30\,(A + C\,.\,\frac{9}{5}\,\delta)}$$

oder

$$f = F - \frac{b\,\delta}{30\,(\frac{5}{9}\,A + C\,\delta)}.$$

Weil aber nach *Anderson* $A = 36$, $C = -0{\cdot}1$ ist, so wird $\frac{5}{9}\,A = 20$, und daher

$$f = F - \frac{b\,\delta}{600 - 3\,\delta}$$ [1]).

VII.

Auflösung eines schweren algebraischen Problems;

vom

Dr. *Nürnberger.*

Im verwichenen Jahre ist öffentlich und wiederholentlich [2]) von einer analytischen Aufgabe die Rede ge-

---

[1]) Ich habe bei einer anderen Gelegenheit (Zeitsch. B. II. S. 222) diese Formel auf Pariser Maſs und auf das 80theilige Thermometer reducirt, aber aus Versehen irrig angegeben. Dessen ungeachtet sind die darnach berechneten Zahlen als das, was sie seyn sollen, nämlich als der Feuchtigkeit nahe proportionirte Zahlen, nicht unrichtig, weil der Fehler im Nenner des besprochenen Ausdruckes begangen wurde, den ich annäherungsweise als constante Gröſse betrachtete.

[2]) Zuerst in Nro. 14 des »allgemeinen Anzeigers der Deutschen.« In Nro. 64 desselben Blattes habe ich eine genäherte Auflösung gegeben, und bin hiernächst, bei weiterer Verfolgung des Gegenstandes, durch eine Mittheilung unseres vortrefflichen *Gauſs* unterstützt worden, welche aber mit benützt ist. Die bloſse Theilnahme dieses groſsen Analysten würde hinreichen, um Interesse für den Gegenstand zu erregen. *N.*

wesen, die, wegen ihrer practischen Bedeutsamkeit und der Schwierigkeit einer genauen Auflösung, grofse Aufmerksamkeit erregt hat, und diese Aufmerksamkeit verdient. Es handelte sich nämlich um Beantwortung folgender Frage:

»*Ein Fafs enthält 2000 Quart Branntwein von 80 Procent Spiritusgehalt. Täglich sollen davon 15 Quart abgelassen, und hierauf 12 Quart von 40 Procent Spiritusgehalt zugegossen werden, bis der Spiritusgehalt des Restes auf 50 Procent herabgebracht ist. Nach wie viel Tagen wird diefs geschehen?*«

Betrachtet man diese Frage zunächst aus dem physisch-practischen Gesichtspuncte, so drängt sich sogleich die Bemerkung auf, dafs eine Mischung zweier Flüssigkeiten von verschiedener specifischer Schwere eine Trennung in vielfache ungleichartige Schichten erleidet. Bei dieser Unmöglichkeit wirklicher Homogeneität schien mir, *in so fern es sich von der Ausübung handelt*, das nachstehende sehr einfache Näherungsverfahren vorläufig vollkommen hinreichend.

Durch Wegnahme von 15 Quart und Hinzugiefsung von 12 Quart wird der *Flüssigkeitsgehalt* täglich um 3 Quart, und also am ersten Tage auf 1997 Quart vermindert. 15 am ersten Tage weggenommene Quart zu 80 Procent enthalten 12 Quart Spiritus, und 12 nachher hinzugegossene Quart zu 40 Procent, 4,8 Quart Spiritus. Die in den 2000 Quart zu 80 Procent enthaltenen 1600 Quart *Spiritus* sind also am ersten Tage um $12 - 4{,}8 = 7{,}2$ auf 1592,8 vermindert. Man hat demnach

$$1997 : 1592{,}8 = 100 : 79{,}7 \text{ Procent},$$

d. h. der Spiritusgehalt im Fasse ist durch die erste Mischung von 80 auf 79,7 Procent herabgebracht. Berücksichtigt man, dafs die 15 am zweiten Tage wegzuneh-

menden Quart Mischung hiernach nur noch 11,9 Quart Spiritus enthalten, u. s. w., so findet man die folgenden Glieder = 79,5; 79,2; 79.

Diese Folge gehört aber sehr nahe einer geometrischen Progression von dem Exponenten 0,997 an; und es handelt sich also darum, die Anzahl der Glieder derselben zu finden, wenn das erste Glied = 80, und das letzte = 50 ist. Diese Anzahl findet sich nach einer bekannten Formel:

$$= \frac{\log. 50 - \log. 80}{\log. 0{,}997} + 1 = \frac{0{,}20412}{0{,}00130} + 1 = 158,$$

d. h. die gesuchte Anzahl von Tagen, welche, da das erste Glied keinen Tag gilt, um 1 weniger beträgt, ist hiernach = 157.

Ich wiederhole, daſs dieses Resultat nur eine, lediglich für die Praxis zuläſsige, von der bloſs rechnenden Genauigkeit aber nothwendig abweichende Annäherung gewährt. Denn man überzeugt sich leicht, daſs, wenn gleich einer gewissen Anzahl von Gliedern der Reihe durch einen bestimmten Exponenten Genüge geschieht, an weiter entfernten Stellen doch wieder ein anderer Exponent u. s. w. erforderlich seyn wird. Allenfalls könnte man Behufs der Erlangung gröſserer Genauigkeit mittelst dieser Näherungsmethode zuerst bloſs die Anzahl der Glieder für eine Abnahme des Spiritusgehaltes um wenigere, etwa um 5 Procent, und an dieser Stelle der Reihe den neuen Exponenten, wie oben, unmittelbar suchen, so daſs die Gliederanzahl in mehreren Absätzen gefunden würde. Das nachstehende genaue Verfahren wird am besten zeigen, wie weit auch letztere Abänderung der von mir gezeigten Annäherungsweise, Falls sie rechnend wirklich ausgeführt werden sollte, mit dem rein analytischen Ergebnisse übereinstimmt.

Sey also, Behufs einer solchen erschöpfenden analytischen Behandlung der Aufgabe, die ursprüngliche Quantität des Flüssigen $= a$, ihr *specifischer* Spiritusgehalt $= b$; und nehme erstere nach 1, 2, . . . x Tagen auf a', a'', . . . A, letzterer aber auf b, b', . . . B ab; sey ferner die Quantität des täglich Ausgeschöpften $= c$, des täglich Nachgegossenen $= d$, der specifische Spiritusgehalt des letzteren $= e$, und setze man endlich, Kürze wegen, $c - d$, d. i. $a - a'$, $= f$. Die Beschaffenheit der Aufgabe gibt sodann

$$a' = a - f, \quad a'' = a' - f = a - 2f \ldots A = a - xf;$$

ferner

$$ab - cb + de = a'b' = ab - cb + ce - ef = \ldots$$
$$ab - cb + ce - a'e + ae,$$ d. h.

$$(a - c) \cdot (b - e) = a'(b' - e) \quad \text{oder}$$

$$b' - e = (b - e) \cdot \frac{a - c}{a'} = (b - e) \cdot \frac{a - c}{a - f}.$$

Offenbar wird eben so

$$b'' - e = (b' - e) \cdot \frac{a' - c}{a''} = (b' - e) \cdot \frac{a - c - f}{a - 2f};$$

$$b''' - e = (b'' - e) \cdot \frac{a'' - c}{a'''} = (b'' - e) \cdot \frac{a - c - 2f}{a - 3f}$$

u. s. w., endlich aber

$$B - e = (b - e) \cdot \frac{a - c}{a - f} \cdot \frac{a - c - f}{a - 2f} \cdot \frac{a - c - 2f}{a - 3f} \cdots \frac{a - c - (x - 1)f}{a - xf}$$

In dieser Gleichung ist, außer x, Alles bekannt, und die Beantwortung der Frage hängt daher bloſs von Auflösung der Gleichung ab. Allgemein (in Zeichen) ist sie in Beziehung auf x transcendenter Art, wie man gleich übersieht; sie wird aber allemal algebraisch, und bloſs von der Ordnung $\frac{c}{f} - 1$, wenn $\frac{c}{f}$ eine ganze Zahl ist. Dieſs ist der Fall in der vorgelegten Frage, für welche wir haben:

$$a = 2000,$$
$$b = 0{,}8,$$
$$c = 15,$$
$$e = 0{,}4,$$
$$f = 3,$$
$$B = 0{,}5;$$

die Gleichung wird dadurch:

$$1 = \frac{4 \,.\, 1985 \,.\, 1982 \,.\, 1979 \,.\, 1976 \,.\, 1973 \ldots (1988 - 3x)}{1997 \,.\, 1994 \,.\, 1991 \,.\, 1988 \,.\, 1985 \ldots (2000 - 3x)}.$$

Da nun hier nach den vier ersten Factoren des Nenners gerade die Factoren des Zählers der Reihe nach erscheinen, eine Folge davon, daſs $c = 5f$, so findet offenbar eine Destruction Statt, so daſs im Zähler, ausser der Zahl 4, nur die vier letzten, im Nenner nur die vier ersten Factoren übrig bleiben. So erhält man

$$1 = \frac{4 \,.\, (1997 - 3x) \,.\, (1994 - 3x) \,.\, (1991 - 3x) \,.\, (1988 - 3x)}{1997 \quad . \quad 1994 \quad . \quad 1991 \quad . \quad 1988},$$

also eine bloſs biquadratische Gleichung, die sich jedoch auf zwei quadratische zurückführen läſst. Zu diesem Zwecke setze man

$$\tfrac{1}{4} \,.\, 1997 \,.\, 1994 \,.\, 1991 \,.\, 1988 = M \quad \text{und}$$
$$1992\tfrac{1}{2} - 3x = y, \quad \text{so kommt}$$

$$M = (y + \tfrac{9}{2}) \,.\, (y + \tfrac{3}{2}) \,.\, (y - \tfrac{3}{2}) \,.\, (y - \tfrac{9}{2}) \quad \text{oder}$$
$$M = y^4 - \tfrac{45}{2} y^2 + \tfrac{729}{16},$$
$$M + 81 = y^4 - \tfrac{45}{2} y^2 + \tfrac{2025}{16} = (yy - \tfrac{45}{4})^2, \quad \text{also}$$
$$y = \sqrt{[\tfrac{45}{4} + \sqrt{(M + 81)}]}, \quad \text{und endlich}$$
$$x = \frac{1992\frac{1}{2} - y}{3} = 664\tfrac{1}{6} - \sqrt{\left[\tfrac{5}{4} + \sqrt{\left(\tfrac{M}{81} + 1\right)}\right]}.$$

Nun ist, wenn die oben angedeuteten rechnenden Operationen vollzogen werden:

$$M = 3940314325486;$$

und, bei Beschränkung auf die Grenzen:

$$\frac{M}{81} + 1 = 4864585871; \quad \text{ferner}$$

$$\sqrt{\left(\frac{M}{81} + 1\right)} = 220558, \quad \text{und endlich}$$

$$\sqrt{[\tfrac{5}{4} + 220558]} = 469;$$

welches, von 664 abgezogen, für x, als Anzahl der ganzen Tage, 195 läſst.

Dieses ist also das, bis auf den Bruch, vollkommen genaue *analytische* Resultat, nach welchem jedes, die *physischen* Beziehungen der Frage mit betrachtende Näherungsverfahren geprüft werden kann.

VIII.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Magnetismus.

1. *Christie's* Theorie der täglichen Variation der Magnetnadel.

(Edinb. phil. Journal. N. 6, p. 356.)

Es ist in der neueren Zeit öfters behauptet worden, daſs das Sonnenlicht auf den Erdmagnetismus einen Einfluſs ausübe, und daſs sich davon die kleineren Veränderungen im Stande einer Magnetnadel ableiten lassen. *Christie* sucht die Ursache dieses Einflusses in einem thermo-magnetischen Verhalten zwischen der Erde und ihrer Atmosphäre, nach welchem das Sonnenlicht nur durch seine erwärmende Kraft, nicht durch sein Leuchtvermögen wirkend angenommen wird. Ich theile das Wesentliche der Versuche mit, die in seinen Augen diese Theorie unterstützen sollen, bin aber der Meinung, daſs das Licht als solches durch seine eigene leuchtende Na-

tur, abgesehen von seinem Erwärmungsvermögen, einen Einfluſs auf den Erdmagnetismus ausübet.

Christie hielt es zur Prüfung seiner Hypothese für nothwendig, zuerst zu untersuchen, ob auch thermomagnetische Phänomene eintreten, wenn die zwei Metalle, an denen sie erregt werden sollen, durchaus in gleichförmiger Berührung stehen, und nicht bloſs einen Punct mit einander gemein haben. Zu diesem Behufe nahm er einen flachen Ring aus Kupfer, an dessen innerer Fläche eine Wismuthplatte angeschmolzen war, so daſs das Ganze eine kreisförmige Platte vorstellte, die 12 Z. im Durchmesser hatte, und 119 Uncen Troy-Gewicht wog. Er erhitzte einen bestimmten Punct jenes Umfanges mittelst einer Lampe, nahm diese hierauf weg, brachte eine zum Theil astatisch gemachte Magnetnadel in ihre Nähe, drehte die Scheibe hierauf in ihrer eigenen Ebene, um sie in ein einem Parallelkreise der Erde ähnliches Verhältniſs zu bringen, und bemerkte die Ablenkung, welche sie an der Nadel hervorbrachte. Auf diesem Wege fand er, daſs durch Erhitzung eines Theils des Umfanges der Scheibe eine temporäre Polarität erzeugt werde. Es entstehen da vier Pole, zwei Nordpole und zwei Südpole, erstere liegen in einem, letztere in dem anderen Halbkreise, dem ersteren gegenüber; alle fielen in die Wismuthplatte. Das Verhalten dieser zwei Metalle gegen einander verglich er nun mit dem der Erde gegen ihre Atmosphäre. Um die Ähnlichkeit noch gröſser zu machen, füllte er eine hohle kupferne Kugel mit Wismuth, erhitzte sie am Äquator, jedoch nicht gleichförmig, sondern so, daſs ein Theil derselben eine höhere Temperatur erlangte als der andere, gab ihr hierauf eine solche Lage, daſs ihre Axe gegen den Horizont geneigt war, und der erhöhte Pol gegen Norden sah, und beobachtete die Ablenkung, welche sie an ei-

ner Magnetnadel hervorbrachte. Befand sich die am meisten erwärmte Stelle über dem Horizont, so erschien die Ablenkung des Nordpoles der Magnetnadel immer östlich, stand aber dieser Punct unter dem Horizont, so war die Abweichung westlich, mithin so, wie sie die Erfahrung an der Nordhälfte der Erde zeigt.

Aus dem erwähnten thermo-magnetischen Versuche ging hervor, dafs die Erde durch Erwärmung mittelst des Sonnenlichtes vier magnetische Pole bekommt. Um eine hinreichende magnetische Kraft zu erhalten, ersetzte nun *Christie* die vier in seiner Platte durch Erhitzung erzeugten Pole durch die zweier 6 Z. langen Magnetstäbe, deren Axen er so sich kreuzen liefs, dafs sie mit der Axe, um die sie gedreht werden sollten, denselben Winkel machten, den die durch Erwärmung in obiger Platte erzeugten Pole andeuten, setzte sie in drehende Bewegung, und beobachtete die Ablenkung, die sie an einer horizontal schwebenden darüber gestellten Magnetnadel hervorbrachten. Indem er nun die Drehungsaxe seines Apparates gegen den Horizont nach der Polhöhe verschiedener Orte auf der Erdoberfläche einrichtete, verglich er die dabei Statt habende Ablenkung der Magnetnadel mit der in diesen Orten wirklich beobachteten. Die Vergleichung ward gemacht mit den Beobachtungen zu Fort Enterprise von *Hood* im Jahre 1821, Breite 64°, 28′ N.; zu London von *Canton* im Jahre 1759; zu Port Bowen von *Foster* im Jahre 1825; zu Bushy Heath von *Beaufoy* im Jahre 1820. Die Vergleichung fiel zu Gunsten der *Christie*'schen Hypothese aus, nur die Zeit der gröfsten und kleinsten Abweichung ergab sich nach der Hypothese anders, als nach der Erfahrung.

2. *Kupffer's* Untersuchungen über die Vertheilung der magnetischen Kraft in Magnetstäben.

(Ann. de Chim. et de Phys., Tom. 35, *p.* 50 *e. s.)*

Kupffer in Kasan, dem man schon mehrere Untersuchungen über den Magnetismus verdankt, hat auch die Vertheilung der magnetischen Kräfte in einem Stahlstabe untersucht, der entweder durch den Erdmagnetismus allein, oder durch diesen und durch Bestreichen mit einem Magnete magnetisch geworden war. Seine Absicht ging dahin, die Stelle, wo der Stab auf einen nahen Magnet gar nicht wirkt, d. h. den Indifferenzpunct desselben und den Ort, wo man den Mittelpunct aller magnetischer Kräfte dieses Stabes, die nach der Richtung seiner Axe wirken, annehmen kann, näher zu bestimmen. Das Mittel, welches er zur Auflösung dieser Aufgabe anwendete, war der Einfluſs, den ein Stab, wie der oben genannte, auf die Schwingungen einer horizontal schwebenden Magnetnadel ausübte, wenn er so gegen sie gestellt wurde, daſs ein bestimmter Punct in ihrer Verlängerung sich befand. Aus diesem Einflusse lieſs sich die magnetische Intensität der der Nadel gegenüber stehenden Stelle durch bekannte Rechnungen finden.

Der Stab, dessen sich *Kupffer* bediente, war cylindrisch, 607 Millim. lang, 12,5 Mill. dick, und bestand aus ungehärtetem Guſsstahl. Die Magnetnadel war flach, gerade, und 12 Mill. lang. Sie oscillirte in einer Entfernung von 3 Decim. vom Stabe. Zuerst war dieser Stab in seinem natürlichen Zustande, bloſs dem Erdmagnetismus überlassen, in verticaler Stellung der Nadel gegenüber gestellt, und an verschiedenen Stellen seine Einwirkung auf sie untersucht; hierauf lieſs ihn *Kupffer*

über den Nordpol eines starken, künstlichen Magnetes hingleiten, damit er schwach magnetisirt wurde, und wiederholte das vorige Verfahren wieder; endlich ertheilte er ihm auf dieselbe Weise die ganze magnetische Kraft, die er anzunehmen fähig war, und machte wieder dieselben Versuche damit, und zwar wenn der Nordpol der Stange gegen aufwärts, und wenn er gegen abwärts gekehrt war.

Die allgemeinen Resultate, welche diese Versuche geben, sind:

1) Bei der angedeuteten Methode zu Magnetisiren ist der Pol, welcher unmittelbar durch Berührung mit dem künstlichen Magnet hervorgebracht wird, stärker als der andere.

2) Der Indifferenzpunct liegt immer dem stärkeren Pole näher als dem schwächeren.

3. Eine künstliche Magnetstange hat immer den stärkeren Magnetismus, wenn (in unserer Hemisphäre) der Nordpol abwärts gekehrt ist, als wenn er nach aufwärts gerichtet ist. Die Ursache dieses ungleichen Verhaltens ist leicht einzusehen; denn einer Stange, der man unabhängig vom Erdmagnetismus eine magnetische Polarität ertheilt hat, wird auch vom Erdmagnetismus afficirt, und ihr unteres Ende ein Nordpol, das obere ein Südpol. Steht nun ihr künstlicher Nordpol nach aufwärts, so fällt er in den Südpol, den der Erdmagnetismus erzeugt, und wird dadurch geschwächt; dasselbe erfolgt mit einem Südpole, dessen Kraft durch den vom Erdmagnetismus erregten Nordpol vermindert wird. Bei der entgegengesetzten Stellung des Stabes hingegen fallen die gleichnamigen Pole in dieselbe Hälfte, und unterstützen sich einander.

Ähnliche Resultate ergaben sich, als der Magnetstab in horizontaler Stellung der Magnetnadel gegenüber

stand; auch da wirkte er mit gröſserer Kraft auf sie ein, wenn sein Nordpol gegen Nord gerichtet war, als wenn er eine entgegengesetzte Stellung hatte.

Um den Mittelpunct der magnetischen Kraft des Stabes zu finden, lieſs *Kupffer* eine Magnetnadel in zwei verschiedenen Entfernungen von demselben oscilliren. Wurden die Entfernungen vom Mittelpuncte der Magnetnadel an bis zum äuſsersten ihr zugekehrten Ende des Stabes gemessen; so waren die Wirkungen des Stabes nahe im verkehrten Verhältnisse der Quadrate dieser Entfernungen, mithin der Mittelpunct der Kräfte sehr nahe am Ende des Stabes. Man findet die Distanz $= a$ dieses Punctes vom Ende des Stabes in der Voraussetzung, daſs die Wirkungen dieses Stabes im verkehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernungen vom Mittelpuncte der Nadel stehen, durch die Formel

$$a = \frac{b' \sqrt{k'} - b \sqrt{k}}{\sqrt{k} - \sqrt{k'}} \text{ *)},$$

wo b und b' zwei verschiedene Entfernungen des Stabendes vom Centrum der Nadel, k und k' die in dieser

*) Es ist nämlich unter Voraussetzung der genannten Bedeutungen von a; b, b'; k, k' für einen Versuch in der Entfernung b

$$k = \frac{c}{(b + a)^2},$$

und für einen anderen in der Entfernung b'

$$k' = \frac{c}{(b' + a)^2},$$

wo c eine für denselben Stab in denselben magnetischen Verhältnissen constante Gröſse bedeutet. Sucht man sie aus beiden Gleichungen, setzt ihre Werthe einander gleich, so erhält man

$k (b + a)^2 = k' (b' + a)^2$ oder $(b + a) \sqrt{k} = (b' + a) \sqrt{k'}$,

und hieraus obigen Ausdruck. *B.*

Distanz ausgeübten Kräfte des Stabes sind. An einem bis zur Sättigung magnetisirten Stabe ist der Werth von *a* negativ, d. h. der Punct, den *a* bezeichnet, liegt aufserhalb des Stabes; bei schwach magnetisirten Stäben ist am schwächeren Ende stets *a* positiv, und kann sogar einen bedeutenden Werth erlangen.

Als *Kupffer* einen cylindrischen Stahlstab durch Berührung eines Endes desselben mit dem Nordpol eines kräftigen Magnetes magnetisirt hatte, und die Gröfse *a* untersuchte, fand er sie desto gröfser, je weiter der Indifferenzpunct von der Mitte der Stange entfernt war, und an dem Ende negativ, dem der Indifferenzpunct näher lag, am anderen hingegen positiv. *Kupffer* glaubt aus diesen Umständen die verschiedene Einwirkung des glühenden Eisens auf eine Magnetnadel, die *Barlow* (*Gilbert's* Annalen, B. 73, S. 229) näher untersuchte, erklären zu können. Da an sehr schwachen Magneten die Indifferenzpuncte den Extremitäten sehr nahe sind, und Eisen, das nahe am Hellrothglühen ist, von der Erde nur schwach magnetisch wird, so kann sich an jedem Ende ein Indifferenzpunct bilden, so dafs man mit der Probenadel leicht auf Puncte geräth, die schon einen dem Ende entgegengesetzten Magnetismus besitzen; so wie aber die Eisenstange der Dunkelrothglühhitze nahe kommt, bei der sie von der Erde stark magnetisch gemacht werden kann, rückt der Indifferenzpunct gegen die Mitte zu, und die Einwirkung auf die Probenadel erfolgt wie bei der gewöhnlichen Temperatur.

Auf die Lage des Indifferenzpunctes und des Mittelpunctes der Kräfte, die auf eine Nadel wirken, hat die Gestalt des Stabes und die Temperatur einen grofsen Einflufs. Bei einem bis zur Sättigung magnetisirtem Stabe, der an einem Ende abgerundet war, und an diesem der Probenadel genähert wurde, war der Indif-

ferenzpunct in der Mitte. Als dieses Ende zugespitzt wurde, rückte dieser Punct der Spitze immer näher, je länger sie war, und der Werth von *a*, der anfangs negativ war, verminderte sich, wie man die Spitze verlängerte, ward endlich = o, und zuletzt gar positiv.

Durch Erwärmen wird der Mittelpunct der Kräfte gegen die Mitte der Stange hingezogen. Deſswegen rückt er, falls er bei der gewöhnlichen Temperatur auſserhalb des Stabes liegt, näher an ihn, fällt in das Ende selbst, und entfernt sich gar nach innen zu von diesem.

3. Magnetische Versuche in China und St. Helena zur Bestimmung der Ebene ohne Abweichung in diesen Ländern. Von *Wilson.*

(Edinb. Journ. of Science. N. 12, p. 318.)

Bekanntlich hat *Barlow* gefunden, daſs eine Magnetnadel von einer Eisenkugel nicht unter allen Umständen abgelenkt wird, sondern, daſs es zwei Ebenen gibt, in welche die Nadel gestellt werden kann, ohne daſs sie von der Eisenmasse eine Ablenkung erleidet. Diese zwei Ebenen sind zu Woolwich, wo *Barlow* die Versuche anstellte, die auf der Axe einer frei schwebenden Magnetnadel senkrechte Ebene, und die des magnetischen Meridians. Beide Ebenen ändern sich mit der geographischen Lage des Ortes, und es ist nicht uninteressant zu sehen, ob denn die Ebenen, wo keine Ablenkung erfolgt, überall mit den obigen zwei durch den Erdmagnetismus bestimmten zusammen fallen, wie es in Woolwich, und nach *Schmid's* Versuchen in Gieſsen der Fall ist. Besonders wichtig sind Versuche hierüber an Orten, wo eine von der in unseren Gegenden sehr verschiedene oder gar entgegengesetzte Neigung Statt findet.

Von der Art sind die von *Wilson* in China und in St. Helena angestellten.

In beiden Orten wurden die Versuche mit einer Eisenkugel von 12.68 Z. Durchmesser angestellt, und die Magnetnadel in einem Kreise von 21.1 Z. Durchmesser um sie herumgeführt. Die Neigung der Magnetnadel fand *Wilson* in dem Orte des Versuches in China mit seiner Neigungsnadel 31°, 20′ nördlich, und die Neigung der Ebene ohne Abweichung fand er 54°, 33′; 55°, 1′; 54°, 29′, also im Mittel 54°, 44′. Wäre die Neigung der Axe der Magnetnadel richtig angegeben, so betrüge die Neigung der auf ihr senkrechten Ebene

$$90^0 - 31^0, 20' = 58^0, 40';$$

weil aber *Wilson* vor seiner Abreise in London fand, dafs seine Neigungsnadel daselbst die Neigung um 1°, 36′ zu klein angab, so mufs auch in China die Neigung gröfser als 31°, 20′ seyn. Setzt man sie

$$31^0, 20' + 1^0, 36' = 32^0, 56',$$

so bekommt die auf der Axe der Neigungsnadel senkrechte Ebene eine Neigung von 57°, 7′, die um etwa 3° kleiner ist als die Neigung der Ebene ohne Ablenkung gegen den Horizont.

In St. Helena ergab sich die Neigung der Ebene ohne Ablenkuug bei zwei Versuchen gleich 72°, 52′ und 72°, 48′, mithin im Mittel gleich 72°, 50′, und die Neigung der Magnetnadel ergab sich aus *Wilson's* Beobachtung gleich 16°, 31′ südlich. Bringt man, wie oben, den Fehler der Neigungsnadel in Rechnung, so findet man die Neigung der auf der Axe der Neigungsnadel senkrechten Ebene gleich 75°, 5′, also um 2°, 35′ gröfser als die Neigung der Ebene ohne Abweichung.

Diese an und für sich nicht geringe Differenz scheint aber nur von einem Umstande abzuhängen, den *Wilson*

bei Gelegenheit dieser Versuche zuerst bemerkte, nämlich von einer ungleichen Entfernung der beiden Pole der Magnetnadel von der Axe, um die sie sich bewegte, mithin von der ungleichen Vertheilung des Magnetismus in den beiden Hälften der Magnetnadel.

4. Wiederholung der Versuche über die Einwirkung einer rotirenden Eisenscheibe auf eine Magnetnadel zu Port Bowen. Von *Foster.*

(Phil. transact. for the year 1826. *P. IV. p.* 188.*)*

Christie hat den Einfluſs einer rotirenden eisernen Scheibe auf eine horizontal schwebende Magnetnadel durch Versuche geprüft, und die Gesetze dieses Einflusses nachgewiesen. (Siehe B. II. S. 322 u. f. dieser Zeitschrift.) Diese Gesetze hängen gleich denen, welche im vorhergehenden Aufsatze erwähnt wurden, von der geographischen oder vielmehr magnetischen Lage des Beobachtungsortes ab, und es muſste sowohl *Christie* als jedem Freunde der Physik erwünscht seyn, daſs diese Versuche in anderen Orten wiederholt wurden, besonders in solchen, wo die magnetische Neigung und die Stärke des Erdmagnetismus sehr stark gegen dieselben Gröſsen im ersten Beobachtungsorte variiren. *Foster* hat im Mai und Juni 1825 zu Port Bowen, wo die Neigung der Magnetnadel 88° übertrifft, diese Versuche wiederholt, und nicht nur die factischen Resultate *Christie's*, sondern auch seine Vermuthung bestätiget, daſs die Wirkungen einer rotirenden Eisenscheibe im verkehrten Verhältnisse mit dem Cosinus der magnetischen Neigung wachsen.

Christie hatte nämlich ausgemittelt, daſs die Ablenkung, welche eine solche rotirende Scheibe an einer horizontal schwebenden Magnetnadel hervorbringt, nicht

von der Lage dieser Scheibe gegen eine *solche* Nadel, sondern gegen die einer Neigungsnadel abhänge, welche mit jener einerlei Mittelpunct hat; und *Foster* hat dasselbe zu Port Bowen gefunden. Die Richtung, in welcher die Ablenkung erfolgte, war zu Port Bowen mit der zu Woolwich von *Christie* beobachteten ganz übereinstimmend.

Befand sich die Eisenplatte in einer auf dem magnetischen Äquator und Meridian der Nadel senkrechten Ebene *), so fand *Christie* die mittlere von der Rotation herrührende (die von der durch die ruhende Scheibe erzeugten wohl unterschieden werden muſs; von letzterer allein ist hier die Rede) in der Breite von 0° gleich 1°, 36′, und in der Breite von 90° gleich — 0°, 45′; zu Port Bowen betrugen diese Ablenkungen 14°, 14′ und — 6°, 28′, mithin nahe in demselben Verhältnisse mehr, als der Cosinus der Neigung gröſser ist. Jedoch in der Angabe des Punctes, wo die Rotation der Scheibe keine Ablenkung hervorbrachte, weichen beide Beobachtungen von einander ab; nach *Christie* erfolgt dieses

---

*) *Christie* denkt sich die horizontal schwebende Nadel durch eine am Schwerpuncte frei aufgehängte ersetzt, die mit ersterer einerlei Mittelpunct hat, und aus diesem Mittelpuncte eine Kugelfläche beschrieben, an der sich nach der Lage der Axe der Magnetnadel ähnliche Ebenen annehmen lassen, wie man sie an der Himmelssphäre nach der Lage der Erdaxe annimmt. Die verlängerte Axe der Neigungsnadel bezeichnet an der Kugelfläche die beiden Pole, eine darauf senkrechte und durch ihren Mittelpunct gehende Ebene die des magnetischen Äquators, eine verticale durch beide Pole gehende die des Meridians, etc. Jeder Punct der Kugelfläche konnte durch seine Länge und Breite eben so bestimmt werden, wie durch diese Gröſsen die Lage eines Punctes auf der Erdoberfläche angegeben werden kann.

in einer Breite von 54° 3/4, nach *Foster* bei 52° 1/2. *Christie* meint, dafs diese Abweichung nicht auf Rechnnng eines Beobachtungsfehlers kommen könne, und verspricht darum seine eigenen Versuche hierüber noch ein Mal vorzunehmen.

Befand sich die Eisenplatte in einer Berührungsebene der magnetischen Sphäre, die um die Magnetnadel beschrieben gedacht wurde, und war ihr Mittelpunct im Pole, so war nach *Christie's* Versuchen keine Ablenkung der Magnetnadel bemerkbar; befand sich aber ihr Mittelpunct in dem Puncte des Äquators, wo er vom Meridian geschnitten wurde, so erreichte die Ablenkung ihr Maximum. Nach *Foster's* Versuchen ist die Ablenkung an derselben Stelle der Platte gleich Null, aber ihren gröfsten Werth hatte sie, wenn sich das Centrum der rotirenden Scheibe in zwei Puncten befand, deren einer zwischen dem Äquator und dem Südpole in einer Länge von 90°, der andere zwischen dem Äquator und dem Nordpole in einer Länge von 270° lag. Die Ursache dieser Abweichung fanden *Christie* und *Foster* darin, dafs zu Port Bowen die Richtkraft der horizontalen Nadel viel kleiner, und die durch Rotation bewirkte Ablenkung viel gröfser ist, als an *Christie's* Observationsplatze, und darum in ersterem Orte diese Richtkraft durch die Anziehung der Eisenplatte mehr vermindert wurde, als in letzterem.

Bei *Christie's* Versuchen war die Ablenkung der Magnetnadel unmerklich, wenn sich der Mittelpunct der rotirenden Platte in einer auf dem Äquator und dem Meridian senkrechten Ebene befand, und sie die magnetische Sphäre berührte; zu Port Bowen hingegen war die Ablenkung bei dieser Lage der Eisenplatte wohl merklich, es liefsen sich aber die Puncte wahrnehmen, wo

die Scheibe in der genannten Ebene keine Ablenkung hervorbringen konnte.

5. Über die gegenseitige Wirkung der Theile magnetischer Körper auf einander. Von *Christie.*

(Phil. trans. 1827. *P. I. p.* 71.*)*

Ungeachtet der zahlreichen Versuche, die man angestellt hat, um die Einwirkung magnetischer Körper auf einander kennen zu lernen, ist man doch nicht dahin gelangt, ohne Hypothese die Wirkung angeben zu können, welche einem einzelnen Elemente derselben zugeschrieben werden muſs, damit der Effect des Ganzen so ausfällt, wie ihn die Erfahrung angibt; und doch muſs man so weit gekommen seyn, wenn man im Stande seyn soll, den Einfluſs der Gestalt der Körper, ihrer gegenseitigen Entfernung etc. vorhinein zu bestimmen. *Christie* machte den Versuch, diese Aufgabe für den Fall zu lösen, wo ein Magnet und eine Kupferscheibe auf einander einwirken. Das Wesentliche dieser Arbeit mag hier Platz finden, nicht sowohl, weil dadurch obige Aufgabe auf die erwünschte Weise aufgelöset ist, sondern weil sie einen neuen Weg zeigt, der vielleicht, wenn er von Mehreren betreten wird, zum Ziele führt.

Christie's Aufsatz zerfällt in zwei Theile. Im ersten sucht er durch Experimente die Gröſse der Einwirkung zweier verticaler rotirender Magnetstäbe auf horizontal darüber hängende kupferne Ringe und Scheiben bei verschiedenen Entfernungen der Drehungsaxe der Magnete vom Mittelpuncte der Scheiben und Ringe, in horizontaler Richtung gemessen; im zweiten sucht er dieselbe Einwirkung bei verschiedener Entfernung der obersten Pole der Magnete von der unteren Fläche der Ringe und Scheiben. Aus dieser gesuchten Gröſse, welche die

Wirkung aller Elementartheile der auf einander einwirkenden Körper angibt, bestimmt er mittelst Rechnung die Gröfse der Wirkung auf ein einzelnes Element. Die Stärke der Einwirkung der ganzen Massen auf einander sucht er aber nicht auf dem bisher betretenen Wege, nämlich aus dem Drehungswinkel der Kupferscheibe oder aus der Anzahl der Umdrehungen, die sie bei einer gewissen Geschwindigkeit der rotirenden Magnete in einer bestimmten Zeit macht, sondern aus der Torsion eines elastischen Drahtes, welche der Einwirkung der Magnete auf die Kupfermasse das Gleichgewicht hält. Ich hoffe, der Leser wird sich von dem hierzu gebrauchten Apparate aus Folgendem eine deutliche Vorstellung machen können: Man denke sich unter der Platte eines horizontalen Tisches ein Drehwerk angebracht, das sich durch eine Kurbel in Bewegung setzen läfst, und wovon eine cylindrische Stange (die Axe) in verticaler Richtung über diese Platte hervorsteht. An dieser Stange stelle man sich eine hölzerne, verticale Rahme vor, in welcher in gleicher Entfernung von der Drehungsaxe zwei verticale, mit dem Südpole nach aufwärts gekehrte Magnetstäbe befestiget sind. Sobald man die Kurbel dreht, fängt obiger Cylinder zu rotiren an, und führt mit sich die Rahme und die zwei daran befestigten Magnete im Kreise herum. Über den beiden Magneten denke man sich einen Bogen Papier oder ein dünnes Bret als Schirm, der aber mit ihnen nicht in Verbindung stehet. An der oberen Fläche dieses Papieres sey ein Kreis beschrieben und in Grade getheilt, und über ihn die zum Versuche bestimmte Kupferscheibe schwebend. Sie hängt an einem Metalldraht, der am oberen Theile einfach ist, nahe am unteren Ende aber aus vier Theilen besteht, damit die Platte wie eine Wagschale daran befestiget werden kann.

Christie brauchte zwei Kupferscheiben von 8,4 Z. im Durchmesser, wovon eine 5298 Gr., die andere 5232 Gr. wog. Durch Zugabe von Glas machte er die zweite an Gewicht der ersten gleich. Der Draht, woran sie hingen, war von Nro. 22, und hatte eine Länge von 45,6 Z.

Bei den Versuchen wurden die Magnete in einer Secunde fünf Mal herumgedreht, und bei jeder Stellung der Kupfermasse gegen die Magnete folgendes beobachtet: 1) die Zeit, in welcher die Kupferscheibe eine, zwei etc. Umdrehungen machte; 2) nach wie viel Umdrehungen sie durch die Torsion des Fadens zum momentanen Stillstande gebracht wurde; 3) die Zahl der Umläufe nach der entgegengesetzten Richtung, bis sie neuerdings durch die Torsion des Fadens zum Umkehren gezwungen war.

Es sey nun die Kraft, welche in der Entfernung $= 1$ von der Rotationsaxe der Torsion von α^0 des Drahtes das Gleichgewicht hält, gleich $m\alpha$, wo m eine durch Versuche zu bestimmende Constante ist, ferner t die Zeit, in welcher die Scheibe sich um den Bogen δ dreht, mithin die Torsion δ Statt findet, und v die Geschwindigkeit eines Punctes der Scheibe, dessen Distanz von der Drehungsaxe $= 1$ ist, so hat man:

$$v\,dv = m(\alpha - \delta)\,d\delta, \quad v^2 = m(2\alpha\delta - \delta^2)$$

$$\text{und} \quad t = \frac{1}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{\text{sin. ver. } \frac{\delta}{\alpha}}.$$

Gehen die Gröfsen t und δ in t' und δ' über, wenn $v = 0$ ist, d. h. die Scheibe anfängt umzulenken, so ist

$$2\alpha\delta' - \delta'^2 = 0 \quad \text{und} \quad \alpha = \tfrac{1}{2}\delta',$$

$$\text{mithin} \quad t' = \frac{1}{\sqrt{m}} \cdot \pi.$$

Bei der ersten Versuchsreihe schwebte die Kupfer-

platte 1 Z. über den Magneten. Diese selbst aber wurden nach der Reihe der Drehungsaxe von 4.2 Z. auf 3.7; 3.2; 2.7; 2.2; 1.7 Z. genähert, und bei jedem Stande obige Messungen vorgenommen; dabei befand sich der Mittelpunct der Kupferplatte in der verlängerten Drehungsaxe. Der mittlere Werth von t' ergab sich $= 269{,}83$ S., oder nahe 270 S., so dafs $\sqrt{m} = \frac{2}{3}$ ist. Demnach sind die Werthe von α nach der Reihe 680,5; 1198,4; 1528,7; 1463,1; 1110,9; 623,6. Nur der erste und letzte Werth entfernt sich weit von den anderen, die übrigen kommen einander nahe genug, darum *Christie* den ersten und letzten Versuch für fehlerhaft hält.

Sowohl bei den hier angeführten, als auch bei 169 anderen Beobachtungen, die *Christie* absichtlich anstellte, um das Verhältnifs zwischen den Gröfsen α und δ auszumitteln, ergab sich, dafs α in demselben Verhältnisse wächst, in welchem δ abnimmt. Unter der genannten Anzahl von Experimenten kommen nur 14 Fälle vor, wo das Gegentheil Statt fand, und da waren die Differenzen so klein, dafs man sie leicht Beobachtungsfehlern zuschreiben kann. Dieses stimmt auch mit der von *Herschel* und *Babbage* aufgestellten Behauptung recht wohl überein, nach welcher die Einwirkung des Magnetes auf die Kupferscheibe von dem Unterschiede zweier Systeme von Kräften abhängt; in das eine System gehören jene Kräfte, womit die mittelbar über einander liegenden Theile des Magnetes und der Kupferscheibe auf einander wirken, und in das andere jene, wodurch die vorausgehenden Theile der Scheibe vom Magnete afficirt werden. *Christie* meint, der rotirende Magnet könne bei grofser Geschwindigkeit nicht seine volle Wirkung auf jeden einzelnen Theil der Kupferplatte ausüben.

Werden obige Werthe von α im verkehrten Verhältnisse der Quadrate der Entfernung der Axen der

Magnete von der Drehungsaxe vermehrt, so geben sie nach *Christie's* Ansicht die verhältnifsmäfsige Stärke des Magnetismus, welcher durch den Magnet in der Kupferscheibe eutwickelt wird. Auf diese Weise erhält man für die

Entfernung der Axen	4.2	3.7	3.2	2.7	2.2	1.7
die Stärke des Magn.	680.5	1544.1	2639.6	3540.3	4048.8	3806.4.

Die Ursache dieses Verfahrens liegt darin: Je weiter die Magnete von der Drehungsaxe entfernt werden, desto gröfsere Kreise beschreiben sie, desto gröfser wird ihre Geschwindigkeit, und darum mufs die Kraft a, mit der ein Magnet auf die Kupferscheibe wirkt, in dem Verhältnifs vergröfsert werden, als er mehr von der Axe der Rotation absteht, um die relative Gröfse der Kraft zu finden, mit der er auf die Kupferplatte wirken würde, wenn er sich blofs unter einer anderen Stelle derselben drehen würde, als er immer dieselbe Geschwindigkeit beibehielte. Überdiefs wirkt der Magnet noch mit einem um so längeren Hebelarme auf die Kupferplatte, und sucht sie zu drehen, je mehr er von der Drehungsaxe absteht, darum mufs obige Kraft a noch ein Mal im Verhältnifs dieser Entfernung, mithin im Ganzen im Verhältnifs des Quadrates dieser Entfernung vergröfsert werden.

Aus Obigem ersieht man, dafs die Intensität des in der Platte erregten Magnetismus am gröfsten ist, wenn die Axen der Magnete um 2.07 Z. von der Rotationsaxe abstehen. Weil die Scheibe einen Durchmesser von 8.4 Z. hatte, so entspricht diese Stelle nahe dem Puncte, der mitten zwischen dem Rande und dem Mittelpuncte derselben liegt. Es wäre nicht uninteressant zu wissen, ob dieser Punct mit dem zusammenfällt, bei welchem nach *Arago's* Versuchen der horizontal wirkende Theil der magnetischen Kraft der Kupferplatte nach zwei entge-

gengesetzten Richtungen ausgeht (B. II. S. 334 und 345 dieser Zeitschrift). Durch Interpoliren findet man die Gröſse der magnetischen Kraft an dieser Stelle gleich 4182. Vergleicht man damit die Gröſse dieser Kraft, wenn die Axen der Magnete sich unter dem Rande der Kupferscheibe drehen, die nur 680.5 beträgt, so kann man nicht umhin, den groſsen Einfluſs der Continuität der Masse auf die Stärke des entwickelten Magnetismus zu erkennen. Dieses veranlaſste *Christie*, über diesen Einfluſs der Continuität der Masse eigene Versuche anzustellen; wiewohl dieser Einfluſs schon aus *Herschel's*, *Nobili's*, *Bacelli's*, *Sebeck's* und anderen Versuchen bekannt war. Da aber *Christie's* Versuche doch einige Eigenthümlichkeiten haben, so mögen sie mit ihren Resultaten hier auch Platz finden. *Christie* untersuchte zuerst die Wirkung der rotirenden Magnete auf eine massive Kupferplatte, dann machte er daran vier kreisförmige Einschnitte, so daſs die Scheibe gleichsam aus einem Ring und einer concentrischen kleineren Scheibe bestand, welche an vier um 90° von einander entfernten Stellen mit einander zusammen hingen, und untersuchte sie wieder; hierauf nahm er die in der Richtung eines Durchmessers liegenden Verbindungsarme weg, so daſs der Ring nur mehr an zwei Stellen mit der kleineren Scheibe zusammen hing, und endlich trennte er den Ring von der Scheibe gänzlich. Der Ring war 1 Z. breit, und der Werth von α betrug bei der ganzen Scheibe 1197.3, bei vier Einschnitten 733.6, bei zweien doppelt so groſsen 390.9, und bei der gänzlichen Trennung der Scheibe vom Ringe 373.8. Im letzten Falle konnte der Versuch mit jedem der beiden Stücke, in welche die Kupferscheibe zerfiel, besonders angestellt werden. Beim Ring war $\alpha = 268$, bei der kleineren Scheibe $\alpha = 120$, falls die Entfernung der Axen der

Magnete 3.7 Z. betrug, wie es beim vorhergehenden Versuche der Fall war; war diese Entfernung hingegen 3.2 Z., so gab der Ring allein $\alpha = 160.5$, die innere Scheibe allein $\alpha = 283.5$. Demnach ist für den ersten Stand der Magnete die Summe der Wirkungen beider Stücke, wenn jedes für sich untersucht wurde, etwas gröſser, als die Wirkung beider Stücke zugleich, im zweiten Falle sind diese Gröſsen einander gleich. Im Ganzen ist die Wirkung durch die Trennung der Scheibe in zwei selbstständige Theile in dem Verhältnisse 3.44 : 1 vermindert worden.

Alle diese Versuche wurden mit der ersten der oben genannten Kupferscheiben angestellt. Die zweite diente zu den folgenden Experimenten: Zuerst wurde die Wirkung der rotirenden Magnete, deren Axen von der Drehungsaxe 3.2 Z. abstanden, auf die ganze ungetrennte Scheibe untersucht, hierauf in den Entfernungen 0.7; 1.2; 1.7; 2.2 Z. vom Centrum derselben kreisförmige Einschnitte gemacht, wovon der erstere eine kleine Scheibe, die folgenden aber Ringe von der Kupfermasse absonderten, und für jeden dieser Fälle die Wirkung der Magnete eigens gesucht. Da zeigte sich

für die ungetrennte Scheibe	$\alpha = 1516.7$,
bei einem Einschnitte nahe am Centrum	$\alpha = 1421.8$,
bei zwei Einschnitten	$\alpha = 1333.0$,
» drei »	$\alpha = 1156.0$,
» vier »	$\alpha = 879.0$.

Ward gar für den letzten Fall noch überdieſs die mittlere Scheibe und die drei Ringe weggenommen, so erhielt man $\alpha = 884.0$.

Es scheint demnach auch die Stelle, wo die Continuität unterbrochen wird, einen Einfluſs auf die Verminderung der magnetischen Wirkung zu haben, und die Verminderung dieser Wirkung desto gröſser zu seyn,

je näher die Trennungsstelle dem Orte liegt, unter dem sich die Magnete bewegen. Wollte man eine Kupferplatte in eine grofse Anzahl concentrischer Ringe theilen, so würde die Wirkung der rotirenden Magnete auf sie kaum bemerklich werden. Da nach früheren Versuchen eine ähnliche Verminderung der Wirkung eintritt, wenn man die Continuität einer Scheibe nach der Richtung ihrer Halbmesser aufhebt, oder sie sternförmig ausscheidet, so ist es begreiflich, dafs die Wirkung eines Magnetes auf eine gepulverte Metallmasse kaum bemerklich gemacht werden konnte. Übrigens geht aus dem Ganzen hervor, dafs durch Wegnahme eines Theils der Masse die Wirkung mehr geschwächt wird, als im Verhältnisse zu dem weggenommenen Stücke.

Der zweite Theil der hier besprochenen Arbeit *Christie's* hat die Bestimmung des Gesetzes zum Gegenstande, nach welchem die Wirkung der rotirenden Magnete auf eine Kupferscheibe, oder umgekehrt die einer rotirenden Kupferscheibe auf einen Magnet abnimmt, wenn ihre gegenseitige Entfernung wächst. *Christie* stellt dieses Gesetz in der Formel

$$\alpha = \left(\frac{M}{(p+c)^2 + \varepsilon^2}\right)^2$$

dar, wo α die vorhin angegebene Bedeutung hat, p die Distanz der magnetischen Pole von der oberen Fläche der Magnete, M, c und ε aber constante Gröfsen sind, die durch Versuche bestimmt werden müssen. Es herrscht allerdings zwischen dieser Formel und den Ergebnissen der Versuche eine für derlei Fälle hinreichende Übereinstimmung; dessen ungeachtet wird der Leser sich kaum damit zufrieden stellen, weil obige Formel wohl immer errathen, nicht aber aus der Natur der Sache abgeleitet ist. Sie kann daher höchstens nur als ein Mittel, die Phänomene unter einen allgemeinen Gesichts-

punct zu bringen, nicht aber als Ausdruck des inneren Verlaufes der Erscheinungen angesehen werden.

B. Akustik.

1. *Wheatstone's* Versuche über das Gehör.

(Quarterly Journ. 1827. N. III. p. 67)

Savart's Versuche über die Functionen des Trommelfells und des äufseren Ohres (Zeitsch. B. I. S. 331) haben viel Licht über den Verlauf der Sache beim Hören verbreitet. Einen nicht uninteressanten Beitrag über denselben Gegenstand liefern die Versuche *Wheatstone's*, wovon das Wesentliche hier folgen soll. *Wheatstone* zeigt zuerst, dafs ein Schall, der von innen in den geschlossenen Gehörgang unmittelbar kommt, verstärkt erscheint. Hält man, sagt er, die Hand auf das Ohr, oder verstopft mit einem Finger den Gehörgang, ohne einen Druck darauf auszuüben, so vernimmt man den von aufsen erregten Schall schwächer, die eigene Stimme hört man aber stärker, besonders jene Laute, bei denen der Mund fast geschlossen ist. Stellt man den Stift einer Stimmgabel auf den Kopf, und schliefst wie vorhin die Ohren, so erscheint der Ton derselben auch intensiver. Bleibt ein Ohr offen, so bezieht man den Ton stets auf das geschlossene; werden aber beide geschlossen, so vernimmt man ihn mit dem Ohr stärker, an welchem die Stimmgabel näher steht. Dasselbe erfolgt, wenn man das äufsere Ohr mit Wasser füllt, statt es mit der Hand zu schliefsen.

Articulirte Laute, oder ein sehr starker Schall, erscheinen in solchen Fällen nicht blofs stärker, sondern auch mit einem Nebenschall. Dieser hört aber alsogleich auf, sobald man durch stärkeres Andrücken der Hand an das Ohr die Luft gegen das Trommelfell prefst, oder in

der Eustachischen Röhre die Luft verdünnt. Den Nebenschall leitet *Wheatstone* von einer heftigen Agitation des Trommelfells, die Verstärkung des Schalles überhaupt davon her, daſs die Luft im Gehörgang und das Trommelfell in Schwingungen gerathen. Nach meiner Meinung wirkt hier die Luft so, wie die in unseren musikalischen Instrumenten im Resonanzkasten befindliche, und der Körper, welcher das Ohr schlieſst, dient bloſs als Mittel, die Oscillationen zu reflectiren; wenigstens erklärt es sich daraus, daſs diese Verstärkung des Schalles, nach *Wheatstone's* Angabe, unterbleibt, wenn man mit Wolle etc., also mit einem der Reflexion nicht günstigen Körper das Ohr verstopft.

Wheatstone schlieſst aus dem Resultate der vorhergehenden Versuche, daſs man eine ähnliche Verstärkung in dem von auſsen erregten Schalle hervorbringen würde, wenn man die Schwingungen in den geschlossenen Gehörgang leiten könnte. Dieses macht aber ein fester Körper möglich, in dem sich der Schall ohne starke Schwächung weit fortpflanzen läſst. Er construirte sich zu diesem Zwecke ein Instrument, dem er den Namen *Mikrophon* ertheilt, weil es den schwächsten Schall hörbar macht. Fig. 5 stellt dieses Instrument vor. Es besteht aus zwei Metallscheiben, die groſs genug sind, um das äuſsere Ohr zu schlieſsen. Im Mittelpuncte jeder dieser Scheiben, und zwar an der äuſseren Fläche derselben, ist ein Eisen- oder Messingdraht von 16 Z. Länge und $^1/_8$ Z. Dicke befestiget; beide Drähte sind am anderen Ende mit einander verbunden, so daſs das Ganze wie eine herzförmige Federzange aussieht. Beim Gebrauche kommt jede der zwei Scheiben auf ein Ohr, und wird daselbst entweder durch Federkraft, oder mittelst eigener Bänder festgehalten, und das Ende, wo beide Drähte vereiniget sind, wird dorthin gehalten, wo man einen

Schall zu vernehmen gedenkt. *Wheatstone* gibt mehrere Versuche an, welche sich mit diesem Instrumente anstellen lassen. Läutet man, sagt er, ein Glöckchen in einem Gefäſse voll Wasser, und hält die Spitze des Mikrophon in das Wasser in verschiedenen Entfernungen von der Glocke, so werden die Differenzen in der Stärke des Schalles recht wohl merklich. Hält man diese Spitze an die Seitenwand eines Gefäſses, worin eine Flüssigkeit siedet, oder taucht sie in die Flüssigkeit selbst, so vernimmt man die mannigfaltigen darin erregten Töne deutlich. Mittelst dieses Instrumentes kann man auch mit ziemlicher Sicherheit die Stellen an einem schallenden Körper auffinden, wo er die stärksten oder schwächsten Schwingungen macht. Setzt man den Stift einer Stimmgabel auf das Mikrophon, und stimmt zugleich einen musikalischen Ton an, so erkennt das ungeübteste Ohr, ob dieser mit dem der Stimmgabel consonirend ist, oder nicht.

Es ist bekannt, daſs man oft beim Angeben zweier höherer consonirender Töne, einen dritten Ton schwach mitklingen hört. Seine Schwingungszahl ist = 1, wenn die zwei höheren durch die einfachsten ganzen Zahlen ausgedrückt werden. Nimmt man zwei consonirende Stimmgabeln, läſst sie erklingen, und hält beide zugleich nahe zu demselben Ohr, so hört man sowohl die ihnen eigenthümlichen, als auch den dritten mitklingenden Ton; wird aber eine an das rechte, die andere an das linke Ohr gehalten, so vernimmt man die Haupttöne voller, aber der mitklingende ist nicht mehr wahrnehmbar.

Wenn man in der Eustachischen Röhre die Luft verdünnt, so vernimmt man keinen hohen Ton mehr; biegt man die Aurikel vorwärts, so werden alle hohen Töne stärker gehört, ohne in der Intensität der tieferen einen

Unterschied zu bemerken. Noch mehr ist dieses der Fall, wenn man die hohle Hand hinter die Ohren hält, und zur Vergröſserung der Höhlung den Obertheil der Aurikel herab biegt. *Wheatstone* hört mit seinem linken Ohre schon an und für sich seit einer Erkältung die Töne C^3 und C^4, wenn sie auf einem Fortepiano angeschlagen werden, viel stärker als die übrigen; hält er aber die Hand, wie vorhin gesagt wurde, so ist dieser Abstand noch viel merklicher; drückt er sie aber fest an das Ohr, oder schlieſst er die Eustachische Röhre, so hört er alle Töne gleich stark. Er schreibt diesen Fehler einer verminderten Spannung des Trommelfelles zu.

2. *Savart's* Untersuchungen über die transversalen Schwingungen der Körper.

(Annal. de Chim. et de Phys. Tom. 35, *p.* 187.*)*

Wenn ein Körper in einer Schallbewegung begriffen ist, so theilt er sich bekanntlich in mehrere oder wenigere Theile ab, deren jeder so schwingt, als wäre er ein für sich bestehendes Ganzes. Häufig finden zugleich mehrere Arten dieser Abtheilungen, gleichsam Unterabtheilungen Statt, und bewirken in uns die Empfindung mehrerer verschiedener Töne. Man kann demnach die Unterabtheilungen hören. In vielen Fällen nimmt man nur einen einzelnen Ton wahr, und doch finden solche Unterabtheilungen Statt, wahrscheinlich, weil die ihnen entsprechenden Töne zu schwach und zugleich zu hoch sind, als daſs sie unser Gehörorgan afficiren könnten.

Savart zeigt nun in der hier zu erwähnenden Untersuchung, daſs es für jede Hauptabtheilung eines schallenden Körpers eine gewisse Unterabtheilung gibt, die mit ihr in der innigsten Verbindung steht, und sich

unter allen übrigen am deutlichsten ausspricht. Er macht diese so wie die Hauptabtheilung mittelst Sand sichtbar, jedoch braucht er für die Unterabtheilung feineren Sand, gleichsam Staub, wie Hexenmehl, der sich etwas an den vibrirenden Körper anhängt, während er die Hauptabtheilung mit gewöhnlichem Sande sichtbar macht. Sollen demnach beide Arten der Bewegung zugleich hervortreten, so streut er auf den zu streichenden Körper ein Gemenge von feinem und gröberen Sande. Warum sich der gröbere Sand nur an den Hauptruhestellen anhäuft, und so die Klangfigur gibt, welche der Hauptabtheilung entspricht, ist ohnehin klar; warum aber der feine Staub sich an die secundären Ruhestellen anhäuft, kommt nach *Savart* daher, weil die kleinen Theile, aus denen er besteht, nicht so von einander unabhängig sind, wie beim groben Sande, sondern sowohl unter sich, als auch mit der Fläche, auf der sie liegen, zusammenhängen, und daher mit den Theilen der letzteren an die Stellen fortbewegt werden, die der Mitte eines Schwingungsbogens der Hauptabtheilung entsprechen, als derjenigen Stelle, die allein ihre horizontale Lage behält.

Savart führt nun seine obige Behauptung bei kreisrunden und rechtwinkeligen Platten durch, und wendet das in diesen Statt findende der Analogie nach auch auf Stäbe, Ringe und Membranen an. Zuerst handelt er von kreisrunden Platten. Die verschiedenen Abtheilungen dieser Scheiben lassen sich in mehrere Classen bringen, deren jede etwas Eigenthümliches hat, und besonders untersucht werden kann. Eine solche Classe machen jene Schwingungen aus, bei denen die Klangfigur bloſs aus Durchmessern ohne Kreisbogen besteht, eine andere jene, denen concentrische Kreise ohne Durchmesser entsprechen, u. s. w.

Erzeugt man an einer solchen Platte eine Figur der zweiten Classe, während sie mit feinem Staube und gewöhnlichem Sande bedeckt ist, so häuft sich ersterer an kreisförmig gelegenen Stellen an, die zwischen den Kreisen liegen, welche letzterer bildet, und die Hauptruhestellen bezeichnen. So viele Hauptkreise auch entstanden seyn mögen, so findet doch immer im Mittelpuncte der Platte eine Anhäufung des feinen Sandes Statt. Besteht die Hauptfigur aus einem einzigen Kreise, so bildet die Nebenfigur (mit feinem Staube) einen näher am Rande gelegenen, und einen Punct im Centrum; hat erstere zwei Kreise, so besteht auch die letztere aus zweien, einem näher am Rande liegenden gröſseren, und einem zwischen den zwei Hauptkreisen befindlichen, und überdieſs dem Punct am Centrum. Im Allgemeinen erscheinen eben so viele Nebenkreise als Hauptkreise, und erstere liegen so, daſs man leicht glauben kann, es müssen auch dorthin, wo sich die Hauptkreise befinden, Nebenkreise fallen, die aber des gröberen Sandes wegen nicht zu bemerken sind. Davon überzeugte sich auch *Savart* wirklich.

Erzeugt man an einer solchen in der Mitte festgehaltenen Scheibe eine Klangfigur, die aus mehreren Durchmessern besteht, so bemerkt man, daſs sich der feinere Sand mitten zwischen zwei Durchmessern anhäuft, und zwar an den Stellen, wo bei einer Klangfigur, die aus eben so vielen Durchmessern und einem Kreise besteht, der letztere hinfällt. Je mehrere Durchmesser an der Klangfigur erscheinen, desto mehr haben die Anhäufungspuncte des feineren Sandes den Anschein von Überresten eines Kreises, dessen völliger Ausbildung die Hauptschwingung der Scheibe im Wege steht, indem sich der feine Sand nur an solchen Stellen anhäufen kann, die während der Schwingungen der Haupt-

parthien horizontal bleiben, das ist, in der Mitte der sogenannten Schwingungsbögen. Demnach gibt die secundäre Abtheilung einen Kreis als Klangfigur, wenn die Hauptabtheilung einen Stern gibt. *Savart* beweiset aber, daſs die Hauptfigur, nämlich der Stern, auch die Ruhestellen der Nebenabtheilung bezeichnet; denn wenn man auch die Platte mittelst dünner und langer Backen so befestiget, daſs sie dadurch nach der Länge eines ganzen Durchmessers festgehalten wird, so bildet sich doch dieselbe secundäre Klangfigur, wie in dem Falle, wo nur der Mittelpunct festgehalten wird, zum Beweise, daſs an die Stelle der Hauptfigur nicht die Schwingungsbögen der Nebenfigur fallen, wie es doch seyn müſste, wenn daselbst sich nicht auch zugleich die Ruhestellen der Unterabtheilung befänden. Es besteht daher die secundäre Klangfigur, in dem Falle, wo die Hauptfigur einen Stern vorstellt, aus einem eben so vielstrahligen Stern, und aus einem Kreise. Überhaupt besteht die Nebenfigur immer aus eben so vielen Durchmessern, wie die Hauptfigur, und wenn diese n Kreise enthält, so enthält jene $2n+1$; findet aber bei den Kreisen eine ähnliche Übereinanderlagerung Statt, wie bei den Durchmessern, und sieht man das Häufchen im Mittelpuncte als kleinen Kreis an, so besteht die Nebenfigur aus n Linien, wenn die Hauptfigur deren $2n+1$ hat. Es ist demnach die Nebenfigur stets diejenige, welche unter denen, die mit der Hauptfigur die meiste Ähnlichkeit haben. am einfachsten ist, und deren Theile die gröſsten Excursionen machen. Hierin glaubt *Savart* auch den Grund zu finden, warum unter allen möglichen Unterabtheilungen gerade eine bestimmte mit der Hauptabtheilung stets zugleich bemerkbar gemacht werden kann.

Um die hier besprochenen Erscheinungen hervorzubringen, empfiehlt *Savart* messingene Scheiben von

mehreren Decimetern im Durchmesser, und 2—3 Millim. Dicke, die sehr eben, gleichförmig dick und dicht seyn sollen; er räth an, sie vor dem Hämmern auszuglühen, und hierauf nur mit einem hölzernen Hammer zu behandeln. Um die Sternfiguren mit oder ohne Kreisen hervorzubringen, soll die Scheibe im Mittelpuncte in eine starke Zwinge zwischen zwei mit Leder überzogene Cylinder befestiget werden. Das weitere Verfahren, um Klangfiguren bestimmter Art hervorzubringen, enthält für Jene, die *Chladni's* Werke kennen, nichts Neues; nur zur Erzeugung der Klangfiguren mit mehreren concentrischen Kreisen wird ein neues Mittel angerathen, nämlich am Mittelpuncte der Scheibe ein 2 — 3 Millim. weites Loch anzubringen, ein Büschel Pferdehaare durchzuziehen, und mit diesem die Scheibe zu streichen, während sie in horizontaler Richtung an Stellen, wohin Ruhepuncte fallen, gehalten wird. Auf diesem Wege hat *Savart* bis neun Kreise an einer Scheibe herabgebracht.

An viereckigen, dreieckigen, halbkreisförmigen Platten etc. findet ein ähnliches Verhalten Statt, wie an runden; *Savart* betrachtet aber nur die ersteren insbesondere. Bringt man an einer quadratischen Platte die Klangfigur hervor, welche aus parallelen Linien besteht, so erscheint auch mittelst feinen Sandes eine Nebenfigur aus solchen Linien, deren zwei näher am Rande der Platte liegen, als die äufsersten Linien der Hauptfigur, die anderen aber zwischen je zwei Linien von dieser, so dafs die ganze Nebenfigur aus $2n + 1$ Linie besteht, wenn die Hauptfigur deren n hat. Besteht aber die Hauptfigur aus sich rechtwinkelig schneidenden Linien, wird das Phänomen etwas verwickelter, z. B. besteht die Hauptfigur aus zwei auf einander senkrechten Linien, welche die Seiten der Platte halbiren, so zeigt sich an vier Stel-

len, nicht weit von jeder Ecke, eine Anhäufung des feinen Sandes, und zwar an den Stellen, wo die Linien einer Hauptfigur sich schneiden, die man erzeugen kann, wenn man an einer solchen Stelle die Platte hält, und sie an einer anderen von einer Ecke um $^1/_4$ der ganzen Länge entfernten streicht, und die aus sechs Linien besteht, deren je drei einander parallel laufen, und sich rechtwinkelig schneiden. Hat die Hauptfigur $2n$ Linien, so besteht die Nebenfigur aus $4n+2$.

An rechtwinkeligen, länglichen Platten bemerkt man ähnliche Erscheinungen, wie an quadratischen; eben so auch an prismatischen dünnen geraden Stäben, und überhaupt an allen Körpern, die eben genug sind, um durch Sand die Klangfiguren darstellen zu können. Am leichtesten bemerkt man sie aber an Membranen, die durch Mittheilung in Schwingungen versetzt wurden. Es scheint demnach diese secundäre Abtheilung, welche stets die Hauptabtheilung begleitet, an allen transversal schwingenden Körpern eigen zu seyn. *Savart* vermuthet, daſs auch die schraubenförmigen Schwingungsknoten an cylindrischen, der Länge nach schwingenden Stäben einer solchen Unterabtheilung zugehören, die man nicht unmittelbar, sondern nur mittelst anderer Abtheilungen zu Stande bringen kann, und daſs überhaupt von solchen Unterabtheilungen der von der Höhe und Tiefe unabhängige Charakter eines Tones herrühre.

3. *Savart*, über das Fortrücken der Schwingungsknoten schallender Körper.

(Ebendaselbst, p. 257.)

Wer die *Chladni*'schen Klangfiguren an kreisförmigen Glasplatten mit einiger Aufmerksamkeit wiederholt hat, wird gewiſs bemerkt haben, daſs der Sand, nachdem er die Stelle der Knotenlinien eingenommen hat,

noch eine kleine horizontale oscillirende Bewegung annimmt, sobald man mit dem Bogen zu streichen aufhört. *Savart* hat diesem Phänomene eine besondere Aufmerksamkeit gewidmet, und gezeigt, daſs man ein Fortschreiten der Knotenlinien hervorbringen könne. Das Mittel, ein solches Fortschreiten hervorzubringen, besteht darin, daſs man an der Platte einen Bogenstrich anbringt, den Bogen schnell zurückzieht, wieder einen Strich folgen läſst, den Bogen wieder zurückzieht, u. s. w. Je schneller man streicht, und je hurtiger man den Bogen zurückzieht, desto gröſsere Excursionen machen die Puncte an den Knotenlinien, so daſs man diese Schwingungen so weit steigern kann, daſs die Knotenlinien durch einen Strich um eine ganze schwingende Parthie weiter rücken. Wiederholt man das Streichen genau an derselben Stelle, sobald die Knotenlinie in Ruhe gekommen ist, so zwingt man sie wieder weiter zu rücken, und so kann man sie um einen ganzen Kreis herumführen.

Das Mittel, dieses Fortschreiten der Knotenlinien sichtbar zu machen, ist wieder Aufstreuen des Sandes. Für langsame Schwingungen reicht man mit gewöhnlichem Sande aus, wenn aber die Oscillationen sehr schnell erfolgen, muſs man ſeinen Staub nehmen, der sich etwas an die Platte anhängt, und eine secundäre Figur gibt, deren Schwingungsknoten an die Stelle der Schwingungsbogen der Hauptfigur fallen, und durch ihr Fortrücken auf das der Hauptknotenlinien schlieſsen läſst. An einer kreisrunden Scheibe, die *Savart* insbesondere betrachtet, und an der man eine Klangfigur mit zwei Durchmessern zu erzeugen sucht, wird bei schnellen Wiederholungen der Bogenstriche das Fortrücken der Sandhäufchen, welche die Hauptschwingungsbogen bezeichnen, so schnell, daſs sie gar nicht in Ruhe kom-

men, sondern eine bewegte ringförmige Staubwolke bilden.

Ein anderes Mittel, dieses Fortrücken sichtbar zu machen, gibt die Reflexion des Sonnenlichtes ab. Läſst man auf eine glänzende, glatte, gehörig liegende Metallscheibe directe Sonnenstrahlen fallen, so sieht man darin ein elliptisches Sonnenbild, so lange sie nicht in Schwingungen versetzt ist; so wie sie aber zu schwingen anfängt, erscheint dieses Bild wie ein Stern, dessen Radien der Stelle der Knotenlinien entsprechen, und eine kreisförmige Bewegung annehmen, sobald man das oben erwähnte Verfahren anwendet.

Die Richtung dieser Bewegung der Knotenlinien ist bald rechts, bald links, ohne daſs man die Umstände kennt, von denen sie abhängt. Dieses Phänomen ist von der Anzahl der schwingenden Theile ganz unabhängig, läſst sich an groſsen und kleinen Platten gleich leicht hervorbringen, und fordert nur, daſs die schwingenden Theile ohne Änderung des Tones ihren Platz verlassen können, daher es nur an kreisrunden Scheiben und Membranen, an Ringen und Glocken zu Stande kommt. Es ist nicht bloſs an die sternförmige Klangfigur gebunden, es kann der Stern auch von einem oder mehreren Kreisen durchschnitten seyn, nur trifft es sich da manchmal, daſs nur die Theile der geraden Knotenlinien weiter rücken, die auſser einem Kreise liegen, während die anderen ruhig verbleiben; haben aber auch diese eine fortschreitende Bewegung, so kommt ihr dieselbe Richtung zu, wie jenen.

Man bemerkt das Stattfinden dieses Fortschreitens der Schwingungsknoten an einer Variation in der Tonstärke.

C. Physikalische Chemie.

1. Über Entdeckung der Hydrocyansäure in damit vergifteten Leichnamen *).

(Annals of phil. 1827, N. 10.)

Die Herren *Lassaigne* und *Leuret* stellten mehrere Versuche über die Anwendung des schwefelsauren Eisen- und Kupferoxydes an, um die Gegenwart der Hydrocyansäure in dem Mageninhalte der Thiere zu entdecken, wenn sie durch eine Dosis von 2 bis 5 oder 6 Tropfen der reinen Säure vergiftet worden waren. Sie fanden, dafs diese Säure in Thieren, die durch geringe Gaben derselben vergiftet worden, nicht entdeckt werden könne, wenn ihr Körper vorher zwei oder drei Tage der Einwirkung der Atmosphäre ausgesetzt war, und dafs nach einer noch längeren Zeit das Verschwinden des Giftes seiner durch die Gegenwart der faulenden thierischen Materie nur noch mehr begünstigten Zersetzung beizumessen sey. Dem zu Folge ordnen sie an, dafs, wenn ein Körper auf die Gegenwart dieses Stoffes untersucht werden solle, er sobald als möglich überliefert werden müsse.

2. Methode, um kleine Mengen Opiums in Auflösungen zu entdecken. Vom Herrn Dr. *Hare.*

(Annals of phil. 1827, N. 9.)

Zu bekannt ist es durch Herrn *Serturner's* Entdeckungen, dafs das Opium, als eine eigenthümliche alkalinische Substanz, das Morphium enthalte, und dafs dieses an eine eigenthümliche Säure, die Meconsäure, gebunden sey, welche letztere eine auffallend rothe Farbe

---

*) Frei bearbeitet von *J. Planiawa.*

mit Eisenoxydauflösungen hervorbringt. Dessen ungeachtet hat man diese Eigenschaft nicht als ein Mittel zur Entdeckung des Opiums vorgeschlagen, wahrscheinlich deſswegen, weil das meconsaure Eisenoxyd keinen Niederschlag bildet. Hr. Dr. *Hare* ersann aber ein Verfahren, wodurch eine Quantität Opium, die nicht den Gehalt von 10 Tropfen Opiumtinctur übersteigt, in einer Gallone Wassers entdeckt werden kann.

Herrn Dr. *Hare's* Verfahren ist auf die Eigenschaft der Meconsäure, vom Blei niedergeschlagen zu werden, gegründet. Setzt man daher einem Opiumaufgusse, der so wenig Opium, als oben angezeigt wurde, enthält, essigsaures Bleioxyd zu: so entsteht ein bedeutender Niederschlag von meconsaurem Bleioxyd. Weil die Opiumquantität gering ist, so erfordert die Präcipitation sechs bis zwölf Stunden, und kann durch leichtes Umrühren mit einem Glasstabe erleichtert werden. Ein konisches Gefäſs ist hierzu am besten, um die Flocken beim Herabsteigen zu concentriren. Auf das so am Boden des Gefäſses gesammelte meconsaure Bleioxyd bringe man mittelst einer Glasröhre etwa 30 Tropfen Schwefelsäure, und setze später dem Ganzen auf eben dieselbe Weise eben so viel schwefelsaure Eisendeutoxydlösung zu. Die Schwefelsäure scheidet die Meconsäure aus, und macht diese fähig, mit dem Eisenoxyd die eigenthümliche Farbe hervorzubringen, welche ihre Gegenwart, und dem zu Folge auch jene des Opiums beweiset.

3. Über ein neues brennbares Gas.

(Aus Ebendemselben.)

In der königl. Societät der Wissenschaften zu Edinbourg ist ein Aufsatz von Dr. *Thomson* über ein neues brennbares Gas vorgelesen worden. Es wurde aus dem empyreumatischen Holzgeiste (*pyroxylic spirit.*), der sich

bei der Destillation des Holzes bildet, und von den Herren *Turnbull* und *Ramsay* in Glasgow bereitet wird, dargestellt. Dieser Geist hat ein spec. Gew. von 0,812, riecht angenehm, und wird in Lampen anstatt des Alkohols gebraucht. Dr. *Thomson* fand, daſs das aus einer Mischung von Königswasser und dem empyreumatischen Holzgeiste entwickelte Gas aus

einem neuen brennbaren Gas .	29,0
Salpetergas	63,0
Stickstoffgas	8,0
	100,0

besteht, und ein spec. Gewicht von 1,945 besitzt, jenes der atmosph. Luft = 1,000 gesetzt. Er fand die specifische Schwere des neuen Gases = 4,1757, und die Zusammensetzung desselben war folgende:

1 stöch. Antheil	Wasserstoff	. .	= 0,125
1 » »	Kohlenstoff	. .	= 0,750
1,5 » »	Chlorine	. . .	= 6,750
1 stöch. Antheil	desselben also	.	= 7,625,

weſshalb es Dr. *Thomson Sesquichloridum protohydroidi carbonei (Sesquichloride of carbo-hydrogen)* nennt.

4. Über das Althein, einen eigenthümlichen Stoff des Eibisches.

(Aus Ebendemselben.)

Hr. *Bacon*, Prof. der Chemie zu Caen, hat folgende Substanzen aus der *althea offic.* erhalten: Wasser, Gummi, Zucker, fettes Öhl, Amylon, Eiweiſs, Pflanzenfaser, verschiedene Salze, und eine durchsichtige, nicht sauer reagirende, und in Oktaëdern krystallisirende Substanz, das äpfelsaure Althein. Das Althein erhält man auf folgende Art: Man behandle einen kalt bereiteten wässerigen Auszug der Eibischwurzel mit siedendem Alkohol, welcher das saure äpfelsaure Althein, das Öhl, den Zu-

cker u. s. w. auflöst. Alle geistigen Absude werden zusammen gegossen, und trüben sich nach dem Auskühlen; die klar gewordene Flüssigkeit wird dann von dem krystallinischen Bodensatze abgegossen, dieser dann mit Wasser behandelt, die erhaltene wässerige Lösung filtrirt, bei gelinder Hitze zur Syrups-Consistenz verdünstet, und zur Krystallisation hingestellt. Die erhaltenen Krystalle müssen mit etwas Wasser gewaschen, und auf Papier getrocknet werden. Sie erscheinen dem unbewaffneten Auge in Körnern, Nadeln, Federn und Sternchen, zeigen aber bei der Untersuchung mit dem Mikroskope die Hexaëdralform an. Sie sind von prächtiger smaragdgrüner Farbe, geruchlos, und an der Luft unveränderlich; sie röthen Lackmuspapier, und lösen sich im Wasser nicht, aber im Alkohol auf. Wird die wässerige Lösung derselben in der Kälte mit Magniumoxyd behandelt, und dann filtrirt, so stellt sie geröthe-ten Lackmus wieder her, färbt den Veilchensaft grün, und liefert nach gelinder Verdünstung das Althein im reinen Zustande, welches dann folgende Eigenschaften zeigt: Es krystallisirt in regelmäfsigen Hexagonen oder in rhomboëdrischen Octaëdern, grünet den Veilchensaft, wie wir schon gesehen haben, und stellt gerötheten Lackmus wieder her, ist durchsichtig, geruch- und beinahe geschmacklos, unveränderlich an der Luft, sehr im Wasser, aber gar nicht im Alkohol löslich, und löset sich in Essigsäure, mit der es ein krystallisirbares Salz bildet, auf.

5. Über die Identität des äpfelsauren Altheins mit dem Asparagin. Von *A. Plisson.*

(Annales de Chimie etc. Tome 36, p. 175.)

Bei der Darstellung des sauren äpfelsauren Altheins, nach Herrn *Bacon's* Vorschrift, fand Herr *Plisson*, dafs

die von dem Ersten als Eigenschaft erwähnte prächtige Smaragdfarbe demselben nicht eigenthümlich sey; denn er erhielt es in farbenlosen Krystallen.

Bei der Darstellung des Altheins befolgte er Hrn. *Bacon's* Verfahren, jedoch mit Anwendung von Wärme. Durch gelindes Verdünsten der Colatur erhielt er zwei verschiedene Substanzen, deren eine weiſs, undurchsichtig und unkrystallisirbar war, während die andere grün, durchsichtig und in sechsseitigen Prismen krystallisirt erschien, und Hrn. *Bacon's* Althein war. Die unkrystallisirbare Substanz hat Hr. *Bacon* ganz übersehen, sie grünte den Veilchensaft, und schien eigenthümlicher Art zu seyn. Die grünen Krystalle verloren durchs Waschen mit kaltem Wasser die Eigenschaft, Veilchensaft zu grünen, und vermochten, freilich nur in der Wärme, Sonnenblumenpapier zu röthen. Durch Krystallisation befreite sie Hr. *Plisson* von ihrem Färbestoffe. Mit reinem Magniumoxyd behandelt, verwandelten sie sich in die oben angeführte weiſse, unkrystallisirbare, eigenthümliche Materie, und waren demnach nichts anderes, als *Bacon's* äpfelsaures Salz, mit etwas von der eigenthümlichen Materie gemengt.

Das äpfelsaure Salz verbreitete, in einem Tiegel erhitzt, Ammoniak, welches, *Plisson's* Versuchen zu Folge, ein Product der Zersetzung gedachten Salzes war. Bei Behandlung desselben mit Bleioxydhydrat fand er ferner, daſs es keine Äpfelsäure enthält, sondern eine eigenthümliche, derselben in einigen Eigenschaften analoge Säure, die nicht in den Krystallen vorkomme, sondern vielmehr, bei Behandlung derselben mit Bleioxyd, aus ihren Elementen durch disponirende Verwandtschaft des Oxyds gebildet werde. Er erhielt diese Säure auf folgende Art:

1 Gemengtheil von Hrn. *Bacon's* Althein wurde in

der Wärme im Wasser mit so viel reinen Bleioxydhydrats, als 4 Gemengtheilen reinen Oxyds entsprach, so lange gekocht, bis alle Ammoniakentwickelung aufhörte, was man mittelst Essigsäure bestimmte. Die Masse wurde aufs Filtrum gebracht, der Niederschlag gut ausgewaschen, und dann einem Strome durch Barytwasser gut ausgewaschenen Hydrothionsäuregases ausgesetzt, worauf die von dem gebildeten Schwefelblei abgesonderte Flüssigkeit nach der Verdünstung eine Säure liefert, welche, durch dreimaliges Krystallisiren aus 20grädigem Alkohol, gereinigt, folgende Eigenschaften zeigt:

Sie krystallisirt in kleinen glänzenden Platten, besitzt wenig Geschmack, ist wenig im kalten Wasser, noch weniger im Alkohol löslich. Die wässerige Lösung derselben röthet Sonnenblumenpapier, trübt leicht eine reine Seifenlösung, zersetzt das Kaliumoxyd-Bicarbonat in der Kälte, das Carbonat aber selbst beim Erhitzen nicht. Ferner wirkt sie nicht auf essigsaures Bleioxyd, salpetersaures Silberoxyd, Chlorbarium, Chlorcalcium, Deutochlorquecksilber, schwefelsaures Magniumoxyd, schwefels. Kupferoxyd, schwefels. Manganprotoxyd, die Eisenprotoxyd- und Deutoxydsalze, und auf Emetine. In der Hitze bläht sie sich auf unter Verbreitung thierisch-empyreumatischen Geruches, verbindet sich mit Oxyden, und bildet mit Magniumoxyd ein sehr lösliches, unkrystallisirbares Salz, welches alkalisch reagirt, und alle Eigenschaften der durchsichtigen alkalinischen Substanz besitzt.

Bei Vergleichung der Eigenschaften der von Hrn. *Bacon* angezeigten Substanz im reinen Zustande mit jenen der anderen Bekannten, ergab sich, dafs sie mit dem Asparagin übereinstimme, in der Krystallgestalt sowohl als auch in anderen Eigenschaften. So z. B. krystallisirt das Asparagin eben so leicht, besitzt dieselbe

Löslichkeit, verhält sich eben so im Feuer, wirkt eben so auf Turnesol, und wird vom Magniumoxyd ebenfalls in eine alkalinische Substanz verwandelt.

W i e d e r h o l u n g.

1. Die prächtige Smaragdfarbe des äpfels. Altheins des Hrn. *Bacon* ist demselben nicht eigenthümlich.
2. Sein Althein ist sein äpfels. Salz, begleitet von einer eigenthümlichen alkalinischen, vom Hrn. *Plisson* für neu gehaltenen Materie.
3. Das saure äpfels. Althein ist kein Salz, sondern eine eigenthümliche stickstoffhältige Substanz, welche alle Eigenschaften des Asparagins besitzt.
4. Mit Bleioxyd behandelt, liefert diese Substanz Ammoniak und eine eigenthümliche, vom Hrn. *Plisson* Asparaginsäure genannte, Säure, als Producte.
5. Magniumoxyd bringt dieselbe Wirkung hervor, und das Product besitzt alle Eigenschaften der durchsichtigen alkalinischen Materie.
6. Tritt das Asparagin der Eibischwurzel unter verschiedenen Krystallformen auf.

Anmerkung. Auch die Wurzel des *Symphytum off.* enthält nach *Plisson* und *Blondeau* Asparagin, so daſs man nun seine Existenz in drei zu verschiedenen Familien gehörenden Pflanzen kennt.

6. *L a b a r a q u e's* g e r u c h- u n d f a r b e z e r s t ö r e n d e S o d a f l ü s s i g k e i t.

(Annals of phil. N. 11, Novemb. 1827.)

M i t e i n e m Z u s a t z v o n *J. P l a n i a w a.*

Hrn. *Labaraque's* Versuche über diese Flüssigkeit wurden vom Hrn. *Faraday* wiederholt, welcher fand, daſs die vom Ersteren zu deren Darstellung angegebenen Verhältnisse der Materialien richtig sind, und daſs

während der ganzen Operation, bei fortwährend Statt findender Absorption des Chlors von der kohlenstoffsäuerlichen Sodiumoxydlösung, keine Kohlenstoffsäure entweicht. Er fand ferner, daſs die erhaltene Flüssigkeit auch zur Trockne verdünstet werden könne, ohne daſs das hierdurch erhaltene Salz die farbenzerstörende Wirkung verliert.

Auch ich habe vor mehr als fünf Jahren bei Darstellung des oxychlorsauren Kaliumoxyds aus kohlenstoffsäuerlichem Kaliumoxyd, bei zufälliger Anwendung von weniger Chlorgas, als zur Bildung gedachten Salzes nöthig war, eine nur sehr unbedeutende Kohlenstoffsäuregasentwickelung wahrgenommen. Oxychlorsaures Kaliumoxyd fiel keines zu Boden, und nach dem Verdünsten lieferte die Flüssigkeit sehr kleine, wenn ich nicht irre, spieſsige Krystalle, welche selbst nach dem besten Auswaschen noch farbenzerstörend wirkten, den eigenthümlichen Geruch der Salzlauge besaſsen, und mit brennbaren Substanzen verpufften. Die übrige Flüssigkeit, zur Trockne verdünstet, lieferte ein sehr farbenzerstörendes Salz. Ein mit einigen Lothen kohlenstoffsäuerlichen Kaliumoxyds angestellter Versuch überzeugte mich deutlich, daſs sich hierbei gar kein oxychlorsaures Kaliumoxyd bildet, und seitdem habe ich mich oft dieser Flüssigkeit, die ich immer absichtlich bereitete, zur Farbenzerstörung bedient, wobei ich fand, daſs bei Anwendung von Ätzkali die farbenzerstörende Wirkung des Productes noch stärker hervortritt. Ich betrachte diese Substanz als ein Doppeloxyd, bestehend aus Chloroxyd und Kaliumoxyd, welches neben Chlorkalium entsteht, welche Annahme um so wahrscheinlicher ist, als man weiſs, daſs bei Berührung des Chlors mit im Wasser gelösten Alkalien nicht sogleich neben Chlormetallen oxychlorsaure Salze entstehen, sondern erst bei fer-

nerem Chlorzutritte, wo sich erst dann, das ist am Ende der Operation, dieses Salz, äufserst rasch an Menge zunehmend, bildet, und wodurch es sehr wahrscheinlich vorkommt, dafs sich in diesem Prozesse erst Chloroxydul-Kaliumoxyd und Chlorkalium, später aus dem ersteren Chloroxyd-Kaliumoxyd und wieder Chlorkalium, und endlich aus dem Chloroxyd-Kaliumoxyd erst oxychlorsaures Kaliumoxyd neben einer neuen Portion Chlorkaliums bildet, wenn man zum Versuche Kaliumoxyd genommen hat.

Verzeichniſs der gangbarsten optischen Apparate, welche von *G. S. Plöſsl,* privilegirtem Optiker in Wien, neue Wieden, Salvatorgasse Nro. 321, für beigesetzte Preise verfertiget werden.

(Die Preise sind in Conventions-Münze oder Augsb. Courant.)

	fl.	kr.
1. Augengläser, rund oder oval, convex oder concav, mit Fassung von feinem Stahl oder Büffelhorn	1	36
2. Derlei feinere	2	—
3. Derlei mit Fassung von gehämmertem feinen Silber	4	48
4. Derlei mit Fassung von Schildkröte, silbernen Spangen und Scharnieren	6	—
5. Derlei mit Fassung von Schildkröte, derlei Spangen und silbernen Scharnieren .	6	30
1. Doppellorgnetten mit Fassung v. Büffelhorn	1	36
2. Derlei mit Fassung von Elfenbein und Silber, mit Springfedern	4	30
3. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	4	24
4. Derlei mit Fassung von Schildkröte und Silber, mit Springfedern	6	—
5. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	5	12
6. Derlei mit Fassung von Perlmutter und Silber, mit Springfedern	7	—
7. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	5	36
8. Einfache Lorgnetten, in Büffelhorn gefaſst	1	12
9. Derlei in Schildkröte	4	—
10. Derlei in Perlmutter mit Silber	4	36
11. Ringstecher in Büffelhorn	—	45
12. Derlei in Silber	2	—
13. Lesegläser, in Fischbein gefaſst	3 — 8	—

Die genannten Gegenstände werden auf besondere Bestellung auch mit Goldfassung ge-

	fl.	kr.
liefert, so wie periskopische und isochromatische Brillen.		
1. Theaterperspectiv mit lakirter oder silberplattirter Röhre, und silberplattirter Auszugröhre	4 — 8	—
2. Theaterperspectiv, achromatisch, mit elfenbeinerner Röhre, und silberplattirter Auszugröhre	5—12	—
3. Dergleichen mit elfenbeinerner Röhre, und goldplattirter Auszugröhre	6—16	—
4. Dergleichen mit elfenbeinerner Röhre und silberplattirter Auszugröhre, mit starker Vergröfserung (Feldstecher)	8—20	—
1. Auszugfernrohr von 14″ Länge, mit hölzerner polirter Röhre, 3 messingenen Auszugröhren, Objectiv von 9″ Brennweite und 1′ Öffnung, in Futteral von Maroquin .	18	—
2. Dergleichen von 18″ Länge, Objectiv von 13″ Brennweite und 13‴ Öffnung . . .	22	—
3. Dergleichen von 24″ Länge, Objectiv von 16″ Brennweite und 16‴ Öffnung . . .	28	—
4. Dergleichen von 30″ Länge, Objectiv von 20′ Brennweite und 20‴ Öffnung . . .	37	—
Alle vorhergenannten Auszugfernröhre werden, auf besondere Bestellung, mit silberplattirten Auszugröhren um dieselben Preise geliefert.		
5. Stockfernrohr, ganz von Metall und lakirt, das Fernrohr selbst von 20″ Länge . .	18	—
6. Astronomische Aufsätze zu diesen Fernröhren, zum Auswechseln gegen die letzte Auszugröhre, nach Verschiedenheit der Gröfse	3 — 5	—
7. Einschraubringe, um diese Fernröhre an Bäume, Pfosten, Fensterstöcke zu befestigen	3 — 5	—
8. Sonnengläser, vor das Ocular anzuschrauben	1	—

	fl.	kr.
9. Glasmikrometer, mit Fassung, in die Oculare einzuschieben, mit Theilung der Wien. Linie in 10 — 20 Theile	4	—
1. Fernrohr mit Stativ, aus messingener Säule mit Dreifuſs zum Zusammenlegen; mit horizontaler und verticaler Bewegung, auf einer Nuſs; messingenem Tubus von 30″ Länge; Objectiv von 20″ Brennweite und 20‴ Öffnung; einem irdischen Ocular von 28maliger, 2 astronomischen Ocularen von 40 — 60maliger Vergröſserung, und einem Sonnenglase; in polirtem hölzernen Kasten mit Schloſs	90	—
2. Derlei mit Tubus von 34″ Länge; Objectiv von 25″ Brennweite und 24‴ Öffnung; einem irdischen Ocular von 35maliger, 2 astronomischen Ocularen von 50 — 80maliger Vergröſserung, und einem Sonnenglase; in polirtem Kasten mit Schloſs . .	120	—
3. Derlei mit Tubus von 40″ Länge; Objectiv von 30″ Brennweite und 27‴ Öffnung; einem irdischen Oculare von 42maliger, und 3 astronomischen v. 50- 75- u. 100maliger Vergröſserung, nebst Sonnenglas; in polirtem Kasten mit Schloſs	155	—
4. Derlei mit Tubus von 54″ Länge, mit verticaler und horizontaler sanften Bewegung, durch Triebwerk; Objectiv von 44″ Brennweite und 34‴ Öffnung; 2 irdischen Ocularen von 48 - und 70maliger, 4 astronomischen von 50- 80- 110- und 150maliger Vergröſserung, und 2 Sonnengläsern; in polirtem Kasten mit Schloſs	300	—

Fernröhre von gröſseren Dimensionen, mit Pyramidalstativen, mit parallactischer Bewegung und anderer Einrichtung, so wie Mikrometer aller Art zu denselben, werden auf besondere Verabredung verfertiget.

	fl.	kr.
1. Loupe nach *Wilson*, mit einer Linse, in messingener Fassung	1	24
2. Derlei mit 2 Linsen und Deckeln . . .	2	48
3. Einfache Loupe, in Büffelhorn gefaſst .	1	12
4. Derlei doppelte	2	—
5. Derlei dreifache	3	—
6. Loupe, in Büffelhorn gefaſst, mit gläsernem *Lieberkühn*'schen Spiegel	2	—
7. Botanisches Handmikroskop mit *Lieberkühn*'schem Spiegel, Objectnadel mit Pincette, Messerchen und Nadel mit elfenbeinernen Heften und Pincette	7	—
8. Derlei mit 2 Linsen	9	—
9. Mikroskop, um die Feinheit der Schafwolle zu messen, nach *Voigtländer*, in messingenem Futteral	60	—
10. Vorrichtung, um dieDehnbarkeit derSchafwolle zu bestimmen, nach *Voigtländer*, in Futteral	20	—
11. Leinwandmesser mit Scala, im Maroquinfutteral	1	36
12. Derlei mit eingetheilter Scala	2	—
13. Derlei mit Deckeln	4	—

---

	fl.	kr.
1. Groſses zusammengesetztesMikroskop,dessen Körper durch Triebwerk gegen den ſeststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifuſse; mit 2 Ocularen aus einfacher Linse undCollectivglas bestehend, zumAnschrauben, und 6 achromatischenLinsen, einzeln anzuschrauben. Der Objecttisch mit vorne offenerFederklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Öffnen von unten, und 2 diagonal stehenden Stellschrauben zur Führung des Objectes durch alle Puncte des Sehefeldes. Einem gläsernen concaven Reflexionsspiegel mit doppelterBewegung zur transparenten Be-		

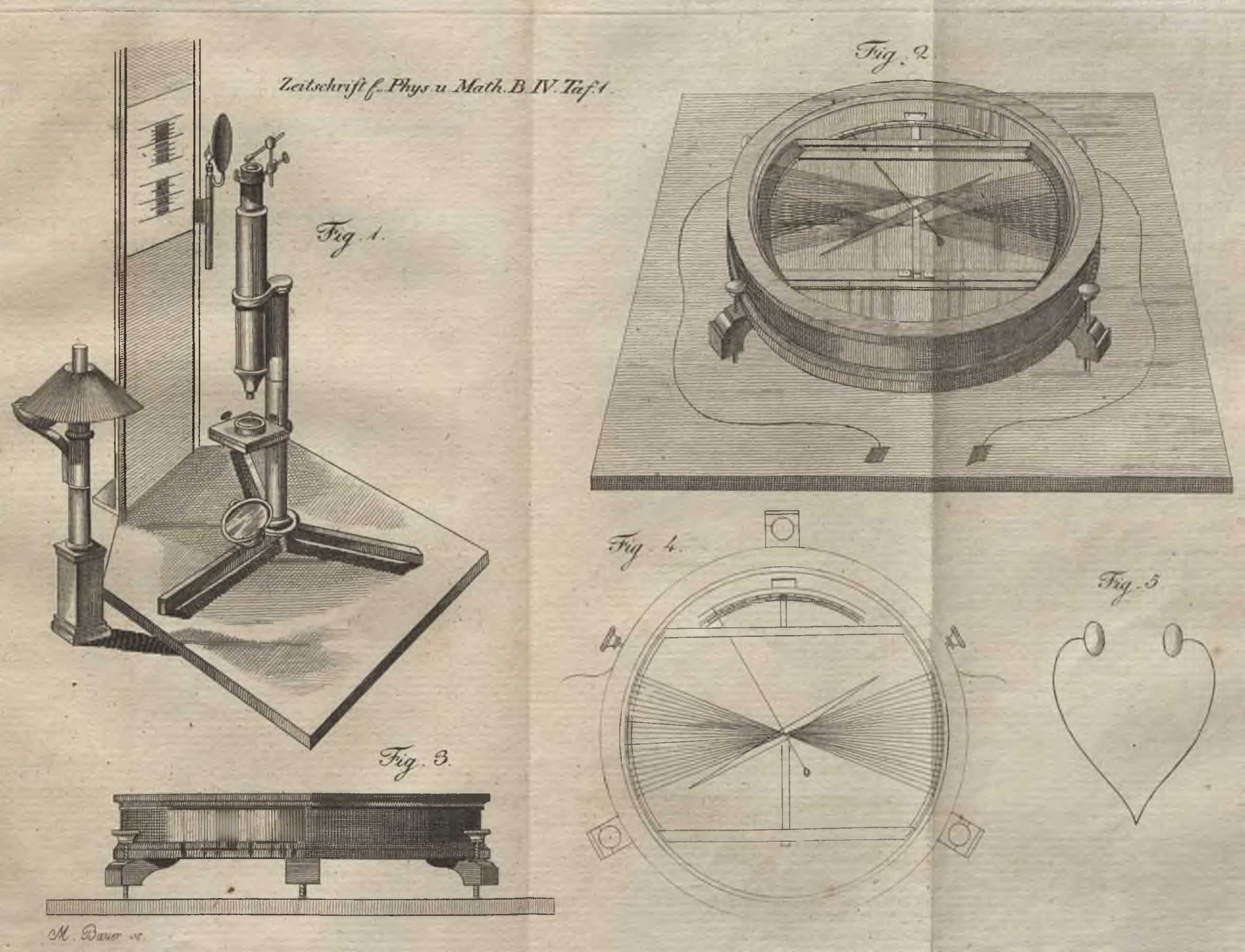
	fl.	kr.
leuchtung, und einer Beleuchtungslinse mit derlei Bewegung für opake Gegenstände. Einem concaven Glase in messingener Fassung zum Drehen für Flüssigkeiten; einem Insectenglase in messingener Fassung, dann eine Objectnadel mit Pincette zum Aufstecken. Dazu noch: Eine messingene *Wilson*'sche Loupe; eine messingene Pincette; 6 Objectschieber mit geschliffenen Gläsern und allerlei Probeobjecten; 2 auf Glas getheilte Mikrometer, mit Theilungen der Wiener Duodecimal-Linie in 30 und in 60 Theile, in elfenbeinerner Capsel. Alles in einem hölzernen polirten Kasten, 18″ lang, 9″ breit, 4″ hoch, mit Sammet gefüttert, und mit Schloſs versehen. Die 12 Vergröſserungen gehen von 225 Mal des Flächenraumes bis zu 57600, und das Sehefeld ist bei der geringsten Vergröſserung 3,75‴ im Durchmesser, bei der stärksten 0,4‴ Duodecimal-Maſs. Zusammen um .	160	—
Ein solches Mikroskop mit der Vorrichtung zum Messen der Objecte bis auf 0,00001 Wien. Zoll linear (nach *Fraunhofer*) . . .	250	—
Nach Belieben werden, ohne Erhöhung des Preises, die Oculare zum Aufstecken, und die Objective, statt einzeln anzuschrauben, auf einer Drehscheibe mit Deckel befestiget geliefert.		
Statt der Beleuchtungslinse ein sphärisches Beleuchtungsprisma (nach *Chevalier*), kostet um 10 fl. mehr.		
Noch ein Objectiv mit Vergröſserung bis gegen 90000 der Fläche, wozu diese Mikroskope Lichtstärke genug besitzen . . .	10	—
Ein Glasmikrometer mit Theilung des Wiener Zolles in 1000 Theile, linear (sogenannte Leiter)	4	—
Ein dergleichen mit Theilung des Zolles in 2000 Theile linear	6	—
Eine Mikrometertheilung auf Elfenbein, die Linie in 20 Theile	3	—

	fl.	kr.
Auf besondere Bestellung werden diese Mikrometer auch nach Theilen der Pariser- oder Londoner Linie, oder des Millimeters geliefert.		
2. Zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper sich auf dem Stative horizontal bewegen läſst, auf messingenem Dreifuſse zum Zusammenlegen. Einem durch Triebwerk gegen den Körper zu bewegenden Objecttische, mit vorne offener Federklammer, mit Drücker von unten. Zwei Ocularen zum Aufstecken, und vier achromatischen Linsen auf einer Drehscheibe mit Deckel. Einem gläsernen, concaven, beweglichen Reflexionsspiegel für durchsichtige Objecte, und Beleuchtungslinse für opake. Einem planen und concaven Objectglase, mit dazu gehörigem beweglichen messingenen Ringe. Einem Insectenglase und einer Objectnadel mit Pincette. Einer messingenen *Wilson*'schen Loupe. Zwei auf Glas getheilte Mikrometer, mit Theilung der Wien. Duodecimal-Linie in 30 Theile linear und Quadrat, in elfenbeinerner Capsel, und mit messingenem Ringe zum Drehen dazu. 6 Objectenschieber mit mehreren Probeobjecten. Die acht verschiedenen Vergröſserungen geben die Flächen von 400 bis 22,500 Mal, mit Durchmessern des Sehefeldes von 3''' bis 0,55'''. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen mit Sammet gefüttert, und mit Schloſs, 9'' lang, 6'' breit, 3'' hoch .	85	—
Nach Belieben kann man auch um denselben Preis den Objecttisch feststehend, und das Triebwerk an den Körper des Mikroskopes angebracht erhalten.		
3. Derlei, dessen Körper sich durch Triebwerk gegen den mit vorne offener Federklammer versehenen Objecttisch bewegen läſst, auf hölzernem, polirtem Sokel. Einem Ocular und drei achromatischen Linsen, einzeln		

	fl.	kr.
anzuschrauben. Einem gläsernen, concaven, beweglichen Reflexionsspiegel, und derlei Beleuchtungslinse. Einem planen und concaven Objectglase. Eine Objectnadel mit Pincette. Eine in Horn gefafste Loupe. Eine Pincette. Drei Objectschieber mit Objecten. Die drei Vergröfserungen geben die Flächen von 400 bis 6400 Mal. In einem polirten hölzernen Kästchen, 9″ lang, 5½″ breit, 5½″ hoch	56	—
4. Katadioptrisches Mikroskop, horizontal stehend (nach *Amici*), auf messingenem Dreifufs zum Zusammenlegen, mit metallenem Vergröfserungsspiegel, 15 Linien im Durchmesser, und vier Ocularen zum Anschrauben; einem Objecttische mit vorne offener Federklammer, mit Drücker von unten, durch Triebwerk zu bewegen; einem concaven gläsernen Reflexionsspiegel für durchsichtige, und Beleuchtungslinse für opake Körper; einem planen und concaven Objectglase, mit dazu gehörigem beweglichen messingenen Ringe; einem Insectenglase und Objectnadel mit Pincette; einer Loupe; einer Pincette; zwei Mikrometer mit Theilung auf Glas der Wien. Duodecimal-Linie in 30 Theile, in elfenbeinerner Capsel, mit messingenem Ringe zum Drehen dazu; 6 Objectschieber mit geschliffenen Gläsern u. verschiedenen Probeobjecten. Die vier Vergröfserungen geben die Flächen von 30 bis 150 Mal, auf einem Sehefelde von 2‴ bis 0,7‴. Alles in einem hölzernen polirten Kasten mit Sammet gefüttert, und mit Schlofs, 17″ lang, 9″ breit, 3″ hoch	85	—
5. Sonnenmikroskop mit vollständigem Apparate, mit 4 achromatischen Linsen, in polirtem hölzernen Kasten mit Schlofs . .	100	—
6. Apparat zum Electrisiren unter dem Mikroskope, in Futteral	5	—

	fl.	kr.
7. Sammlung von 48 Quer- und Längendurchschnitten von Pflanzenstämmen und Stängeln, mit systematischer Benennung, zum Gebrauche bei dem Unterrichte über den inneren Bau der Pflanzen, in 12 Objectschiebern von Buchsbaumholz, und Futteral von Maroquin	12	—
8. Dieselben in Objectschiebern von Ebenholz	15	—
1. *Camera lucida* mit Prisma nach *Wollaston*, mit Stativ, in Futteral von Maroquin . .	11	—
2. Derlei ohne Prisma, mit metallenem Planspiegel, wo der Zeichnungsstift besser zu sehen ist, mit Stativ, in Futteral von Maroquin	15	—
3. *Sömmering*'scher Spiegelchen-Apparat, mit Ring und Stellschraube, für Mikroskope und Fernröhre, in Futteral von Maroquin	6	—
4. Derlei mit beigefügtem Stativ, um mit freiem Auge zu zeichnen, in Futteral von Maroquin	11	—

Alle zum Unterrichte in der Optik erforderlichen Apparate, worunter die neuesten zur Darstellung der Polarisation und Beugung des Lichtes begriffen sind, werden auf besondere Bestellung und Verabredung geliefert.


Zeitschrift f. Phys. u. Math. B. IV. Taf. 1.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
M. Bauer sc.

